Tle Spé
maths-mde.fr

Devoir Surveillé n° 15

...../10 - 1h

Lycée
Evariste Galois

Question 1 : (1 point)

Soit A une variable aléatoire telle que $p(|A-5| \geqslant 3) \leqslant 0,3$. Aidez Djaelanne à trouver une minoration de $p(|A-5| < 3)$.

Question 2 : (1 point)

Soit B une variable aléatoire telle que $p(|B-10| < 3) > 0,99$. Aidez Christophe à obtenir une majoration de $p(|B-10| \geqslant 3)$.

Question 3 : (1 point)

Soit X une variable aléatoire tel que $p(X \in [6;9]) = 0,35$ et $p(X \in]9;15]) = 0,15$.
Amélie affirme que $p(|X-10{,}5| > 4{,}5)$ vaut 0,5 alors que Manon pense que $p(|X-10{,}5| \leqslant 4{,}5) = 0{,}5$.
Qui a raison ? Justifier la réponse.

Question 4 : (1 point)

Pendant les vacances scolaires le temps passé quotidiennement par Tigane sur sa PS5 est donné en heures par une variable aléatoire I d'espérance $E(I) = 3$ et de variance $V(I) = 0{,}5$.
Minorer la probabilité que Tigane reste entre 1 et 5 heures (exclues) sur sa console.

Question 5 : (1 point)

Esther-Anne partique assidûment et passionnément un sport collectif. Soit N la variable aléatoire donnant le nombre d'heures d'entrainements par trimestre. On donne $E(N) = 32$ et $V(N) = 9$.
En appliquant l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, que peut-on dire de $p(|N-32| < 6)$? Interpréter le résultat.

Question 6 : (1 point)

On considère un échantillon $(X_1; X_2; \cdots; X_{100})$ de 100 variables aléatoires suivant la loi $\mathcal{B}(20\,;\,0{,}6)$
et $M = \dfrac{X_1 + X_2 + \cdots + X_{100}}{100}$ la variable aléatoire moyenne de l'échantillon.
Ewenn prétend que $p(|M-12| \geqslant 4) \leqslant 0{,}003$. A-t-il raison ? Justifier la réponse.

Question 7 : (1 point)

Gwenael lance un dé équilibré à quatre faces numérotées de 1 à 4. Combien de lancers peut-il effectuer pour être sûr au seuil de 99 % que la moyenne des résultats de ces lancers est comprise entre 2 et 3 exclus ?

Question 8 : (1 point)

Soit $f(x) = \cos(x)$. Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une solution sur $\mathbb{R}$, puis étudier la convergence de la suite définie par :

$$u_{n+1} = \cos(u_n), \quad u_0 \in \mathbb{R}.$$

Question 9 : (1 point)

Calculer :

$$\int_0^1 \ln(x+1)\,dx.$$

Question 10 : (1 point)

Résoudre l'équation différentielle : $y' = 2y + e^x$.