Lycée Évariste Galois	**AP**	1re Spé
2024/2025	**Dérivation & Application de la dérivation**	maths-mde.fr

Rappels

Fonction	constante	$ax+b$	x^n	$\frac{1}{x^n}$	$\sqrt{x}$
Dérivée	0	a	nx^{n-1}	$\frac{-n}{x^{n+1}}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Fonction	$u+v$	$k.u$	$u\times v$	$\frac{1}{u}$	$\frac{u}{v}$	$\sqrt{u}$
Dérivée	$u'+v'$	$k.u'$	$u'v+uv'$	$\frac{-u'}{u^2}$	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$

Exercice 1

Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

1. $f(x)=x^2+1$.
2. $f(x)=3x^2-x+7$.
3. $f(x)=-5x^2+\frac{x}{2}-7$.
4. $f(x)=\frac{1}{3}x^3+2x$.
5. $f(x)=-2x^3+\frac{3}{4}x^2+7x-1$.
6. $f(x)=\frac{2}{3}x^4-\frac{5}{6}x^3+2x^2-4$.
7. $f(x)=-\frac{4}{x}$.
8. $f(x)=\frac{2}{x}-x^2+7$.
9. $f(x)=4\sqrt{x}-\frac{6}{x}$.
10. $f(x)=x^2\sqrt{x}$.
11. $f(x)=(\sqrt{x}+2)(x^2+1)$.
12. $f(x)=(x^2-2x+5)(x-\sqrt{x})$.
13. $f(x)=\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x^2-2\right)$.
14. $f(x)=(2x-5)^2$.
15. $f(x)=\left(-\frac{1}{2}x+3\right)^2$.
16. $f(x)=\left(x^2-x+1\right)^2$.
17. $f(x)=\left(3x^2-\frac{1}{x}+7\right)^2$.
18. $f(x)=\frac{1}{x+3}$.
19. $f(x)=\frac{1}{3x-7}$.
20. $f(x)=\frac{3}{5x+10}$.
21. $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$.
22. $f(x)=\frac{1}{4x^2-x-3}$.
23. $f(x)=\frac{-4}{x^2+x+1}$.
24. $f(x)=\frac{x-1}{x+1}$.
25. $f(x)=\frac{-2x+5}{4x+3}$.
26. $f(x)=\frac{x^2+1}{x-2}$.
27. $f(x)=\frac{2x^2-3}{x^2+7}$.
28. $f(x)=\frac{x^2-2x+5}{3x^2+4x+7}$.
29. $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{2x+1}$.

Exercice 2

L'altitude (en m) d'une fusée de détresse tirée en mer, t secondes après son départ, est donnée par $h(t)=39{,}2t-4{,}9t^2$.

1. Calculer la hauteur de la fusée au bout de 8 secondes.
2. En étudiant les variations de la fonction h sur $[0;8]$, déterminer quelle sera la hauteur maximale atteinte par la fusée.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 24x + 12$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 3.
3. Montrer que la courbe C_f admet deux points où la tangente admet un coefficient directeur égal à -9.

Exercice 4

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x^2+1}$.

1. Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.
2. La fonction f est elle paire, impaire, ou ni l'une ni l'autre ?

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur $]-\infty\,;2[\cup]2\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^2-2x+1}{x-2}$.

1. Étudier les variations de f sur $]-\infty\,;2[\cup]2\,;+\infty[$.
2. Étudier la position relative de C_f, la courbe représentative de f, et de d la droite d'équation $y = x$ sur $]-\infty\,;2[\cup]2\,;+\infty[$.

Exercice 6

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{0;3\}$ par $f(x) = \dfrac{x^2-2x+1}{2x^2-6x}$.

1. Étudier les variations de f sur $\mathbb{R} - \{0;3\}$.
2. Justifier, sans autres calculs, que pour tout $x < 0$, $f(x)$ est positif.

Exercice 7

On admet que lorsque la vitesse d'une voiture est comprise entre 20 et 130 $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, la consommation d'essence en fonction de la vitesse v (en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$) est donnée par : $C(v) = 0,06\,v + \dfrac{150}{v}$. En étudiant les variations de la fonction C sur l'intervalle $[20\,;130]$, déterminer la vitesse pour laquelle la consommation est minimale.

Exercice 8

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$.

1. Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.
2. Préciser la valeur de $f(-1)$. En déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

Exercice 9

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$. Quelle est la contraposée de la propriété suivante :
« *Si ,pour tout x, $f'(x) = 0$ alors f est constante sur $\mathbb{R}$* »
(rappel : la contraposée de « A implique B » est « non B implique non A ».)

Exercice 10

Montrer que tout trinôme f défini par $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ admet un extremum sur $\mathbb{R}$ en $x = -\dfrac{b}{2a}$.

(le point d'abscisse $-\dfrac{b}{2a}$ est appelé sommet de la parabole représentant le trinôme)