Lycée Évariste Galois	**AP**	1re Spé
2024/2025	**Corrigé : Probabilité**	maths-mde.fr

Exercice 1

Une maladie atteint 3 % d'une population de 30 000 habitants. On soumet cette population à un test :

- parmi les bien-portant, 2 % ont un test positif;
- parmi les individus malades, 49 ont un test négatif.

1. Voici le tableau complété :

	Malade	Bien-portant	Total
Test positif	851	582	1433
Test négatif	49	28 518	28 567
Total	900	29 100	30 000

2. On choisit au hasard un individu de cette population. On note :

— T : « le test est positif »;

— M : « l'individu est malade ».

(a) $T \cap M$: L'individu est malade et testé positif. $p(T \cap M) = \dfrac{581}{30000}$

(b) $p_{\overline{M}}(T) = \dfrac{582}{29100} = \dfrac{1}{50}$.

(c) $p_T(M) = \dfrac{581}{1433}$.

Exercice 2

Une enquête a été réalisée auprès de 800 élèves d'un lycée.

- 40 % des élèves sont des garçons;
- 35 % des élèves sont des fumeurs;
- 224 garçons ne fument pas.

Un tableau d'effectifs qui traduit la situation est donné ci-dessous : Un tableau d'effectifs qui traduit la situation est donné ci-dessous :

	Garçon	Fille	Total
Fumeur	96	184	280
Non fumeur	224	296	520
Total	320	480	800

1. Voir le tableau.
2. On choisit au hasard un élève de l'établissement. On note :

— G : « l'élève est un garçon »;

— F : « l'élève est un fumeur ».

(a) $P_F(\overline{G}) = \dfrac{Card(F \cap \overline{G})}{Card(F)} = \dfrac{184}{280} = \dfrac{23}{35}$.

(b) $P_G(\overline{F}) = \dfrac{Card(\overline{F} \cap G)}{Card(G)} = \dfrac{224}{320} = \dfrac{7}{10}$.

Exercice 3

Quand on lance un dé à 6 faces, on considère les événements :

— A : « Le résultat est pair. »

— B : « Le résultat est 2. »

— C : « Le résultat est inférieur ou égal à 4. »

1. (a) $P_C(B)$: la probabilité d'obtenir 2 sachant que le résultat est inférieur ou égal à 4.

   (b) $P_A(\overline{B})$: la probabilité d'obtenir un résultat différent de 2 sachant que le nombre tiré est pair.

2. (a) $P_C(A)$: la probabilité que le résultat soit pair sachant qu'il est inférieur ou égal à 4

   (b) $P_A(C)$ la probabilité que le résultat soit inférieur ou égal à 4 sachant qu'il est pair.

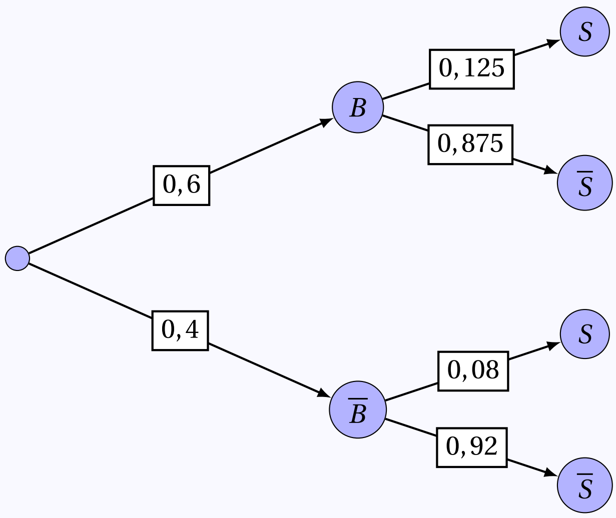
Exercice 4

Afin d'établir les liens entre le surpoids et l'alimentation, on interroge les enfants des écoles primaires d'une ville. L'enquête révèle que 60% des enfants boivent boisson sucrée ou plus par jour. Parmi les enfants buvant une boisson sucrée ou plus par jour, un enfant sur 8 est en surpoids, contre seulement 8% pour les enfants buvant moins d'une boisson sucrée par jour.
On choisit un enfant au hasard parmi ceux des écoles primaires de la ville et on considère les événements :

— B : « L'enfant boit boisson sucrée ou plus par jour » ;

— S : « L'enfant est en surpoids »

1. Parmi les enfants qui boivent une boisson sucrée ou plus par jour, enfant sur est en surpoids. Ainsi, $P_B(S) = \dfrac{1}{8} = 0,125$.
2. L'arbre pondéré :



3. $P(B \cap S) = P(B) \times P_B(S) = 0,6 \times 0,125 = 0,075$.
   La probabilité de choisir au hasard un enfant qui boit au moins une boisson sucrée par jour et qui est en surpoids est égale à 0,075.
4. $P(S) = P(B \cap S) + P(\overline{B} \cap S) = P(B \cap S) + P(\overline{B}) \times P_{\overline{B}}(S) = 0,075 + 0,4 \times 0,08 = 0,107$.
   La probabilité de choisir au hasard un enfant en surpoids est égale à 0,107.
5. $P_S(B) = \dfrac{P(B \cap S)}{P(S)} = \dfrac{0,075}{0,107} \approx 0,701$.
   La probabilité de choisir un enfant qui boit au moins une boisson sucrée par jour, sachant qu'il est en surpoids, est environ égale à 0,701.
6. $P(S) = 0,107 \neq P_B(S) = 0,125$. Donc, les événements B et S ne sont pas indépendants.

Exercice 5

Un restaurant propose à sa carte deux desserts différents :

— le premier dessert est un assortiment de macarons et est choisi par 40% des clients,

— le second dessert est une part de tarte et est choisie par 30% des clients.

Les autres clients ne prennent pas de dessert. Aucun client ne prend plusieurs desserts.
Le restaurateur a remarqué que 70% des clients qui ont pris un assortiment de macarons commandent ensuite un café, 40% de ceux qui ont pris une part de tarte demandent par la suite un café et 90% de ceux qui ne prennent

pas de dessert terminent leur repas par un café. On interroge au hasard un client et on note :

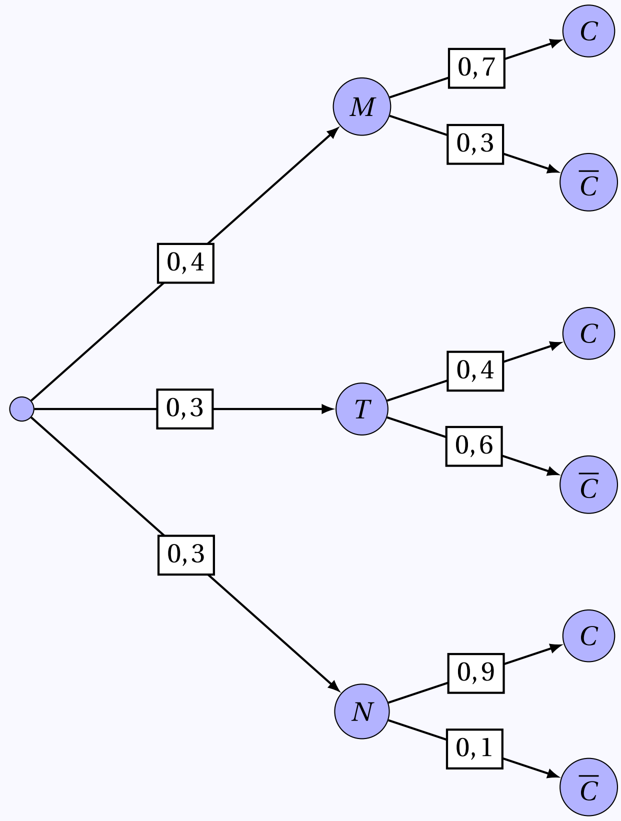
— M : « Le client prend un assortiment de macarons. »

— T : « Le client prend une part de tarte. »

— N : « Le client ne prend pas de dessert. »

— C : « Le client prend un café. »

1. Voici arbre de probabilités décrivant la situation.



2. $P(T \cap C)$: est la probabilité qu'un client interrogé au hasard commande une tarte et un café.
   $P_M(C)$: est la probabilité qu'un client commande un café, sachant qu'il a déjà pris un assortiment de macarons.

3. $P(T \cap C) = P(T) \times P_T(C) = 0,3 \times 0,4 = 0,12$.
   $P(C) = P(T \cap C) + P(M \cap C) + P(N \cap C) = 0,12 + 0,4 \times 0,7 + 0,3 \times 0,9 = 0,67$..

4. $P_C(T) = \dfrac{P(T \cap C)}{P(C)} = \dfrac{0,12}{0,67} = \dfrac{12}{67}$.
   La probabilité qu'un client ait commandé une part de tarte, sachant qu'il a pris un café, est égale à $\dfrac{12}{67}$.

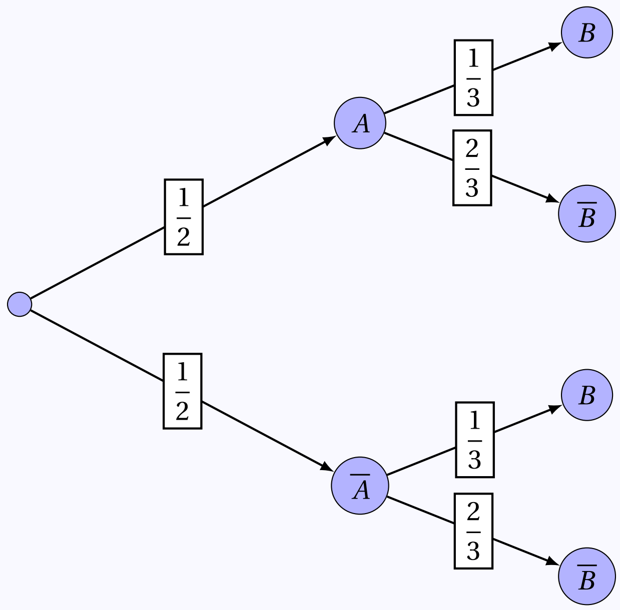
Exercice 6

On lance un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotées 1, 2, 3, 4, 5 et 6. On considère les événements suivants :

— A : « Le nombre obtenu est pair. »

— B : « Le nombre obtenu est un multiple de 3. »

Dans l'univers $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\}$, il y a autant d'issues paires que d'issues impaires.
Dans le sous-ensemble $\{2;4;6\}$ des issues paires, seul 6 est un multiple de 3.
De même, dans le sous-ensemble $\{1;3;5\}$, seul 3 est un multiple de 3.
On en déduit l'arbre pondéré suivant :



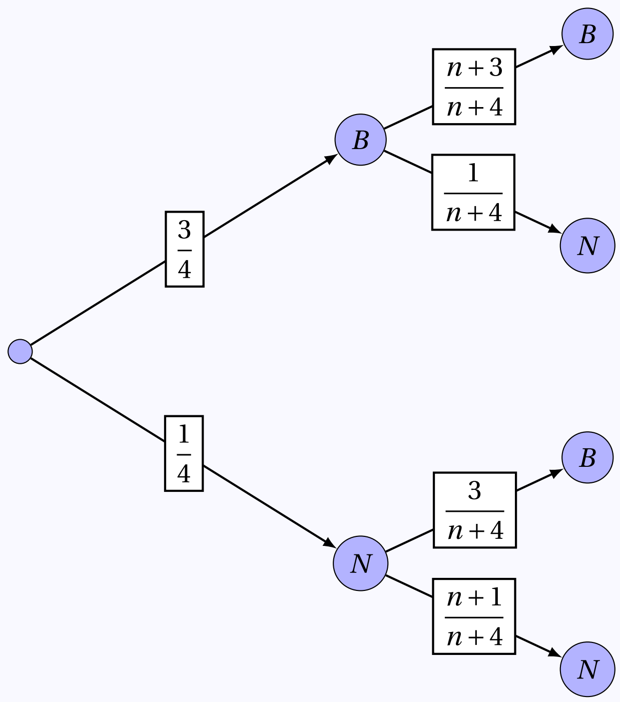
Comparons $P_A(B) = \frac{1}{3}$ avec $P(B)$.
$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$.
$P(B) = P_A(B)$ donc les événements A et B sont indépendants.

Exercice 7

Une urne contient initialement trois boules blanches et une boule noire indiscernables au toucher. On tire au hasard une boule de l'urne.

- Si la boule tirée est blanche, on la remet dans l'urne et on ajoute n boules blanches supplémentaires.
- Si la boule tirée est noire, on la remet dans l'urne et on ajoute boules n noires supplémentaires.

L'arbre pondéré suivant modélise la situation :



On note A l'événement : « les deux boules tirées sont de la même couleur ».
$P(A) = P(B \cap B) + P(N \cap N) = \frac{3}{4} \times \frac{n+3}{n+4} + \frac{1}{4} \times \frac{n+1}{n+4} = \frac{4n+10}{4n+16}$.
En résolvant l'équation $P(A) = \frac{3}{4}$, on obtient $n = 2$.