Lycée Évariste Galois	**AP**	1re Spé
2024/2025	**Révision**	maths-mde.fr

Exercice 1

Résoudre l'équation suivante sur l'intervalle $[0\,;\,3\pi[$:

$$(2\sin(x)-1)\left(2\cos(x)+\sqrt{2}\right)=0.$$

Exercice 2

On souhaite résoudre l'équation suivante dans $\mathbb{R}$:

$$4\cos^2 x-2(1+\sqrt{3})\cos x+\sqrt{3}=0. \qquad (\mathbf{1})$$

1. On effectue un changement de variable. On pose $X=\cos x$ avec $X\in[-1\,;\,1]$.
   (a) Quelle équation du second degré est équivalente à $(\mathbf{1})$?
   (b) Montrer que son discriminant peut s'écrire : $4(1-\sqrt{3})^2$.
   (c) Déterminer les solutions de cette équation du second degré.
2. En déduire les solutions de l'équation $(\mathbf{1})$ dans $]-\pi\,;\,\pi]$ puis dans $\mathbb{R}$.

Exercice 3

Une entreprise d'impression de photos propose un abonnement annuel à ses clients qui coute 45 euros. Avec cet abonnement, le client paye 5 centimes par photo qu'il veut imprimer. On note u_n le prix que paye le client pour l'abonnement et l'impression de n photos.

1. Exprimer u_n en fonction de n.
2. Combien le client paye-t-il pour imprimer 15 photos ?
3. S'il a payé 98 euros, combien de photos a-t-il imprimées ?

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^4-3x^2+6$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Dresser le tableau de signe de $f'(x)$.
3. En déduire le sens de variation de f.
4. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1.

Exercice 5

Résoudre l'équation suivante sur l'intervalle $[-2\pi\,;\,3\pi[$:

$$\left(2\sin(x)-\sqrt{3}\right)(2\cos(x)-1)=0.$$

Exercice 6

Calculer les expressions suivantes :

1. $A=\cos(3\pi)+\sin\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)+\cos\left(\dfrac{5\pi}{3}\right)+\sin\left(\dfrac{5\pi}{2}\right)$.
2. $B=\sin(-\pi)+\cos\left(\dfrac{11\pi}{3}\right)+\sin\left(\dfrac{5\pi}{4}\right)+\cos\left(-\dfrac{3\pi}{2}\right)$.

Exercice 7

Simplifier les expressions suivantes :

1. $A = \sin(x-\pi) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.
2. $B = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(x - \frac{8\pi}{2}\right)$.

Exercice 8

On peut montrer que deux suites sont égales, en montrant qu'elles ont le même premier terme et qu'elles suivent la même relation de récurrence.
On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 2^n - 1$.
On considère la suite (v_n) définie par $v_0 = 0$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 2v_n + 1$. On veut montrer que les deux suites (u_n) et (v_n) sont égales.

1. Calculer les trois premiers termes de chaque suite.
2. Montrer que, pour tout entier n, on a $u_{n+1} = 2u_n + 1$.
3. Conclure.

Exercice 9

Aurélien décide de partir de Paris et d'aller à Stockholm à vélo. Il doit parcourir 2 000 km. Le premier jour, il parcourt 20 km. Chaque jour, il parcourt 5 km de plus que le jour précédent. On note u_n la distance parcourue le n-ième jour. Ainsi, $u_1 = 20$.

1. Quelle distance parcourt-il le deuxième jour ?
2. Exprimer u_n en fonction de n, en justifiant.
3. On note s_n la distance parcourue au total depuis le début du parcours, le n-ième jour au soir.
   (a) Déterminer la valeur de s_1 et de s_2.
   (b) Exprimer s_n en fonction de n.
4. À l'aide de la calculatrice, déterminer au bout de combien de jours Aurélien aura parcouru les 2 000 km et sera arrivé à Stockholm.

Exercice 10

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par : $f(x) = \dfrac{x+3}{x-2}$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Dresser le tableau de signe de $f'(x)$.
3. En déduire le sens de variation de f.
4. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.

Exercice 11

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + 2x - 3$.

1. Démontrer que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
2. (a) Calculer $f(1)$.
   (b) En déduire le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.
3. Déterminer l'équation de la tangente $\mathscr{T}$ à la courbe représentative $\mathscr{C}$ de f au point d'abscisse 1.
4. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^3 - 3x + 2$.
   (a) Calculer $g(-2)$.
   (b) Étudier le sens de variation de la fonction g
   (c) En déduire la position relative de $\mathscr{C}$ et $\mathscr{T}$.

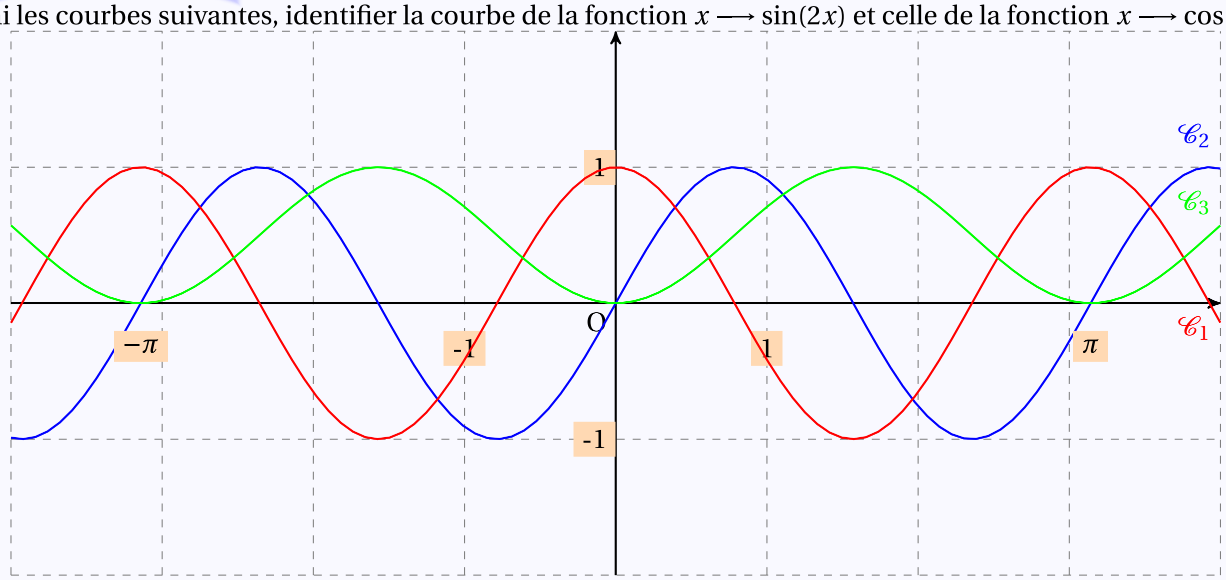
Exercice 12

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{27}{x}$.

1. Dire si la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}^*$, si oui calculer $f'(x)$.
2. (a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $x^3 - 27 = (x-3)(x^2+3x+9)$.
   (b) Dresser le tableau de signe de $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de f.
3. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1.
4. Déterminer le minimum de f sur $[0~;~+\infty[$.
5. Déterminer le maximum de f sur $[1~;~4]$.
6. Donner un encadrement de f sur l'intervalle $[2~;~4]$.

Exercice 13

Parmi les courbes suivantes, identifier la courbe de la fonction $x \longrightarrow \sin(2x)$ et celle de la fonction $x \longrightarrow \cos(2x)$.



Exercice 14

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \cos(x)\sin(x)$.

1. Montrer que g est impaire. Interpréter graphiquement.
2. Montrer que g est π-périodique.
3. Déterminer, en justifiant, la courbe représentative de la fonction g parmi les courbes représentatives ci-dessous.