Exercice 1

Donner les coordonnées des points A, B et C points-images des nombres réels $\frac{\pi}{4}$, $\frac{13\pi}{6}$ et $-\frac{5\pi}{3}$ sur le cercle trigonométrique.

Exercice 2

Donner les coordonnées des points A, B et C points-images des nombres réels $\frac{\pi}{3}$, $-\frac{3\pi}{4}$ et $-\frac{5\pi}{6}$ sur le cercle trigonométrique.

Exercice 3

Soit x un nombre réel tel que $\cos(x) = \frac{1}{4}$ et $x \in \left]-\frac{\pi}{2}\ ;\ 0\right[$. Calculer $\sin(x)$.

Exercice 4

En utilisant les angles associés, calculer la valeur exacte des coordonnées du point-image M des nombres réels suivants :

1. $\frac{3\pi}{4}$;
2. $-\frac{\pi}{6}$;
3. $\frac{13\pi}{4}$;
4. $-\frac{2\pi}{3}$.

Exercice 5

On considère l'équation $\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

1. Résoudre cette équation dans $]-\pi\ ;\ \pi]$ et placer sur le cercle trigonométrique les points correspondants.
2. En déduire l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$.

Exercice 6

1. Résoudre l'équation $\sin(x) = \sin\left(-\frac{\pi}{8}\right)$ dans $\mathbb{R}$.
2. Préciser les solutions contenues dans l'intervalle $]0\ ;\ 4\pi]$.

Exercice 7

Montrer que l'équation $\cos(2x) = \frac{1}{2}$ a quatre solutions dans $]-\pi\ ;\ \pi]$ puis placer sur le cercle trigonométrique les quatre points correspondants.

Exercice 8

On considère l'inéquation $\cos(x) > 0$.

1. Représenter sur le cercle trigonométrique les solutions de cette inéquation dans $]-\pi\ ;\ \pi]$.
2. Résoudre cette inéquation dans $]-\pi\ ;\ \pi]$.

Exercice 9

On considère l'inéquation $\sin(x) \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

1. Représenter sur le cercle trigonométrique les solutions de cette inéquation dans $]-\pi\ ;\ \pi]$.
2. Résoudre cette inéquation dans $]-\pi\ ;\ \pi]$.

Exercice 10

On considère l'inéquation $\sin(x) < -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1. Représenter sur le cercle trigonométrique les solutions de cette inéquation dans $]-\pi\ ;\ \pi]$.
2. Résoudre cette inéquation dans $]-\pi\ ;\ \pi]$.

Exercice 11

Résoudre dans $]-\pi\ ;\ \pi]$ le système d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} \cos x \geq \frac{1}{2} \\ \sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}.$$

Exercice 12

Résoudre dans $]-\pi\ ;\ \pi]$ le système d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} \cos x \leq 0 \\ \sin x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}.$$

Exercice 13

On souhaite résoudre l'équation suivante dans $\mathbb{R}$:

$$4\cos^2 x - 2(1+\sqrt{3})\cos x + \sqrt{3} = 0 \qquad (\mathbf{1})$$

1. On effectue un changement de variable.
   On pose $X = \cos x$ avec $x \in [-1\ ;\ 1]$.
   (a) Quelle équation du second degré est équivalente à $(\mathbf{1})$?
   (b) Montrer que son discriminant peut s'écrire :
   $4(1-\sqrt{3})^2$.
   (c) Déterminer les solutions de cette équation du second degré.
2. En déduire les solutions de l'équation $(\mathbf{1})$ dans $]-\pi\ ;\ \pi]$ puis dans $\mathbb{R}$.

Exercice 14

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$$(\sin 2x + 1)(2\cos x + \sqrt{2}) = 0.$$