1re Spé maths-mde.fr	**Devoir Surveillé n° 10** **...../20** - 2 heures	Lycée Evariste Galois

Exercice 1 : (2 points)

À l'aide des formules de rotation, calculer :

1 $\cos^2\left(\dfrac{3\pi}{10}\right)+\cos^2\left(\dfrac{\pi}{5}\right)$;

2 $1+\sin^2\left(\dfrac{\pi}{13}\right)+\sin^2\left(\dfrac{11\pi}{26}\right)$.

Exercice 2 : (4 points)

On considère l'équation suivante, d'inconnue réelle x : $(E)\ :\ -\cos^2(x)-2\sin(x)+2=0$.

1 Montrer que résoudre (E) revient à résoudre l'équation d'inconnue réelle x,

$$(G)\ :\ \sin^2(x)-2\sin(x)+1=0.$$

2 On pose $X=\sin(x)$. Résoudre l'équation $X^2-2X+1=0$.

3 En déduire les solutions réelles de l'équation (E), sur l'intervalle $[-2\pi\ ;\ 3\pi[$.

Exercice 3 : (4 points)

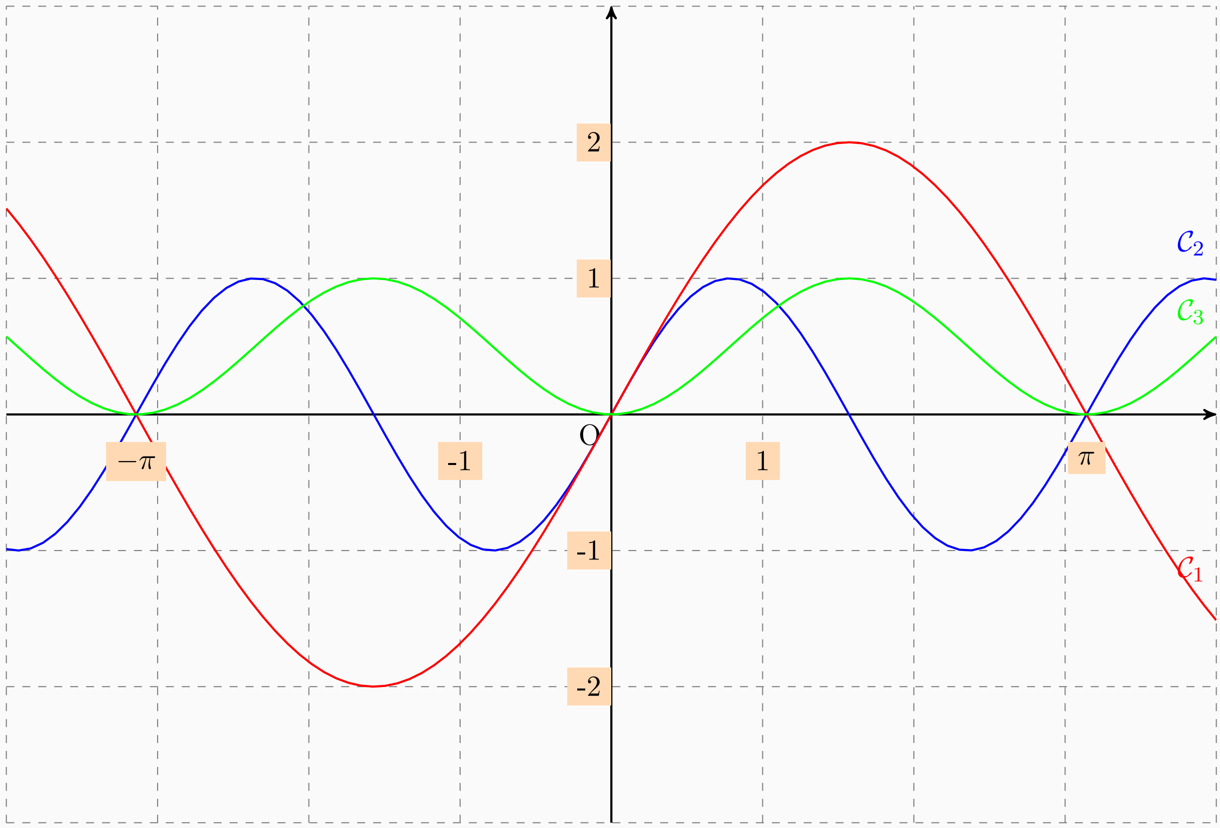
Soit trois fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\sin(2x)$; $g(x)=2\sin(x)$ et $h(x)=\sin^2(x)$.

1 Montrer que f et g sont impaires. Interpréter graphiquement.

2 Montrer que f et h sont π-périodiques. Interpréter graphiquement.

3 Montrer que h est paire. Interpréter graphiquement.

4 f, g et h sont représentées dans le repère ci-dessous. Associer à chaque fonction sa courbe représentative. Justifier.



Exercice 4 : (5 points)

On s'intéresse à l'évolution du nombre d'abonnés d'un nouveau réseau social dont l'abonnement est payant annuellement. À la fin 2019, le réseau compte exactement 600 personnes abonnées. L'administrateur de la plateforme prévoit chaque année que 20 % des anciens abonnés ne se réabonnent pas, et que 2 000 nouvelles personnes s'abonnent. On note u_n le nombre d'abonnés sur la plateforme en 2019 + n.

1 Combien y aura-t-il d'abonnés en 2020 ?

2 Donner la valeur de u_0 et u_1.

3 Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}8u_n + 2000$.

4 On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 10000$.

- **a** Justifier que la suite (v_n) est une suite géométrique.
- **b** Déterminer la valeur de v_0.
- **c** En déduire l'expression de v_n en fonction de n.
- **d** En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
- **e** Combien d'abonnés l'administrateur prévoit-il en 2050 ?

Exercice 5 : (5 points)

Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -4x^3 + 3x^2 + 12x + 13 \quad \text{et} \quad g(x) = -6x^3 + 2.$$

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f et $\mathcal{C}_g$ la courbe représentative de g. On souhaite étudier la position relative de $\mathcal{C}_f$ par rapport à $\mathcal{C}_g$. Pour cela, on considère la fonction δ définie sur $\mathbb{R}$ par : $\delta(x) = f(x) - g(x)$.

1 Déterminer l'expression de la fonction δ.

2 Dire pourquoi δ est dérivable sur $\mathbb{R}$, puis calculer $\delta'(x)$.

3 Étudier le signe de $\delta'(x)$ sur $\mathbb{R}$.

4 En déduire le sens de variation de δ sur $\mathbb{R}$.

5 Calculer $\delta(-1)$ et en déduire le signe de $\delta(x)$ selon les valeurs de x.

6 Déterminer la position de $\mathcal{C}_f$ par rapport $\mathcal{C}_g$.