1re Spé Maths
Entraînement

Dérivation

Évarite Galois
maths-mde.fr

Exercice 1 :

Soit a un réel donné. Pour chacune des fonctions suivantes, calculer le taux d'accroissement en a, puis déterminer si f est dérivable en a. Lorsque c'est le cas, donner $f'(a)$.

1. $f(x) = 2x - 7$, $a = 3$.
2. $f(x) = mx + p$, $m \in \mathbb{R}$, $p \in \mathbb{R}$, a réel quelconque.
3. $f(x) = -3x^2$, $a = 2$.
4. $f(x) = -\dfrac{2}{x}$, $a = 1$.
5. $f(x) = \sqrt{x-1}$, $a = 1$.
6. $f(x) = -x^2 + 7x$, $a = 2$.
7. $f(x) = x^3$, $a = 4$.
8. $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$, $a = -2$.
9. $f(x) = 2\sqrt{x} - 1$, $a = 4$.

Exercice 2 :

Dans chacun des cas suivants, déterminer, lorsque cela est possible, l'équation réduite de la tangente en a sous la forme $y = mx + p$.

1. $f : x \mapsto -x^2 + x + 1$, $a = -1$.
2. $f : x \mapsto \sqrt{x}$, $a = 4$.
3. $f : x \mapsto \sqrt{x}$, $a = 0$.
4. $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$, $a = -2$.
5. $f : x \mapsto 3x^2 - x - 1$, $a = 2$.
6. $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$, $a = -1$.
7. $f : x \mapsto x^3$, $a = 2$.
8. $f : x \mapsto x^2 + x + 1$, $a = 0$.

Exercice 3 :

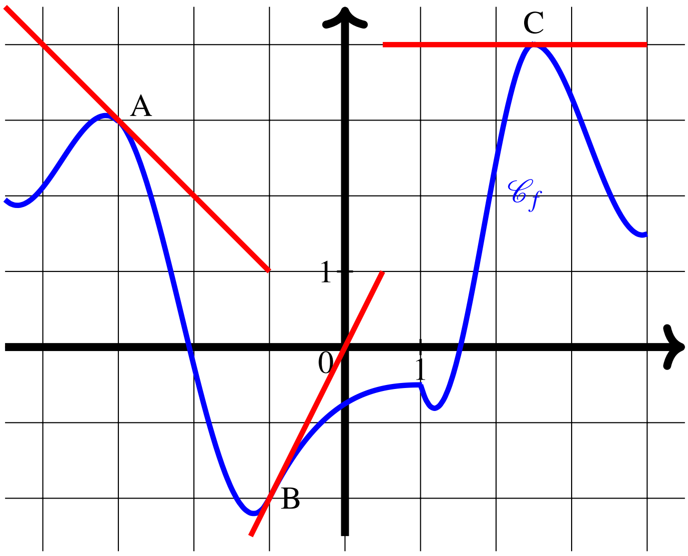
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3x - 1$. On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Démontrer que, pour tout réel a, $f'(a) = 2a + 3$.
2. Déterminer l'équation réduite de la tangente au point d'abscisse 1.
3. Existe-t-il une tangente en un point de $\mathscr{C}_f$ qui soit parallèle à la droite d'équation $y = -2x + \sqrt{17}$?
4. Si oui, déterminer les coordonnées du point de contact entre cette tangente et $\mathscr{C}_f$.

Exercice 4 :

On considère la fonction définie par la courbe ci-après et certaines des tangentes à la courbe.

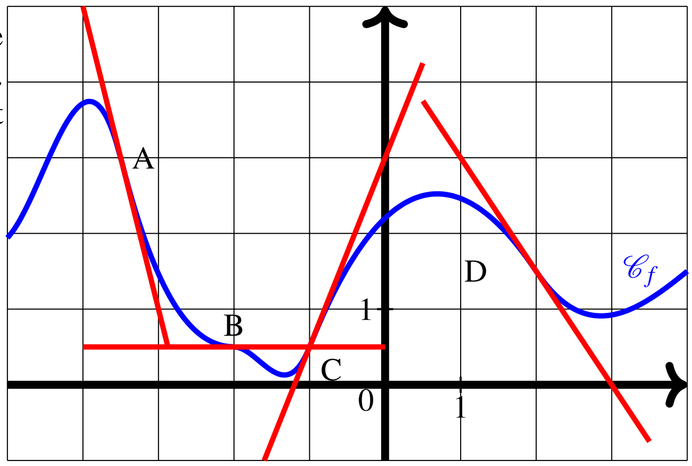
1. Dans chacun des cas suivants, donner $f(a)$ et $f'(a)$.
   (a) $a = -3$
   (b) $a = -1$
   (c) $a = \dfrac{5}{2}$
2. Donner, si possible, un réel a en lequel f n'est pas dérivable. Justifier brièvement.



Exercice 5 :

On considère la fonction définie par la courbe ci-contre et certaines des tangentes à la courbe. Dans chacun des cas suivants, donner $f(a)$ et $f'(a)$.

1. $a = -3,5$.
2. $a = -2$.
3. $a = -1$
4. $a = 2$.



Exercice 6 :

On considère la fonction valeur absolue définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x|$.

1. Graphiquement :
   (a) pourquoi f n'est-elle pas dérivable en 0 ?
   (b) que vaut $f'(0)$ « à gauche de 0 », « à droite de 0 » ?
2. Algébriquement :
   (a) Vérifier que le taux d'accroissement en 0 vaut $\frac{|h|}{h}$.
   (b) En distinguant les cas $h > 0$ et $h < 0$, retrouver les résultats de la question 1.

Exercice 7 :

Soit $f : x \mapsto x|x|$ définie sur $\mathbb{R}^+$.
Démontrer que f est dérivable en 0 et donner $f'(0)$.

Exercice 8 :

Soit $f : x \mapsto \dfrac{1}{1+|x|}$ définie sur $\mathbb{R}$.
Démontrer que f n'est pas dérivable en 0.

Exercice 9 :

Le taux d'accroissement en a de la fonction f définie par $f(x) = (x-5)^3$ est égal à :

$$h^2 + (3a - 15)h + 3a^2 - 30a + 75.$$

Quel est son nombre dérivé en a ?

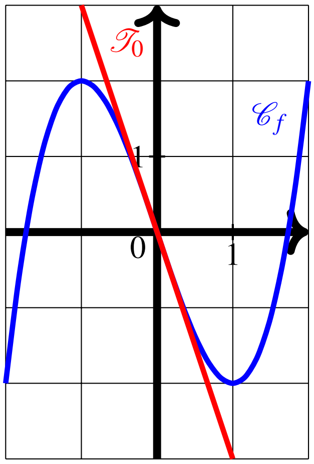
Exercice 10 :

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$, C_f sa courbe représentative, $A(-1;3)$ un point de C_f et T_A la tangente à C_f en A. Déterminer $f'(-1)$ lorsque T_A passe aussi par le point :

$\boxed{1}$ $O(0;0)$? $\boxed{2}$ $B(1;3)$? $\boxed{3}$ $C(2;5)$?

Exercice 11 :

Soit f une fonction définie et dérivable sur $[-2\ ;\ 2]$, représentée ci-dessous. $\mathscr{T}_0$ est la tangente à $\mathscr{C}_f$ en l'origine.



$\boxed{1}$ Que valent $f(0)$ et $f'(0)$?

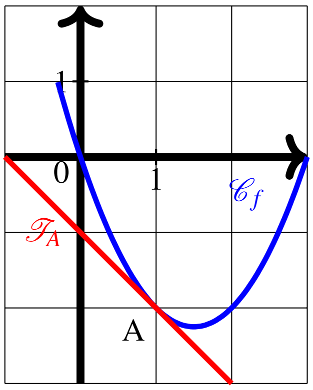
$\boxed{2}$ En quelle(s) valeur(s) le nombre dérivé de la fonction est-il nul ?

$\boxed{3}$ Sur quel(s) intervalle(s) le nombre dérivé de la fonction est-il négatif ?

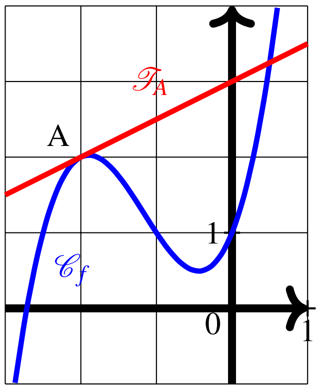
$\boxed{4}$ Sur quel(s) intervalle(s) le nombre dérivé de la fonction est-il positif ?

Exercice 12 :

$\boxed{1}$ Soit f une fonction dont on donne la représentation graphique ci-après. Déterminer l'équation réduite $\mathscr{T}_f$ de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse 1.



$\boxed{2}$ Soit f une fonction dont on donne la représentation graphique. Déterminer l'équation réduite $\mathscr{T}_f$ de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse -2.



Exercice 13 :

$\boxed{1}$ Pour tous réels a et b, factoriser $a^4 - b^4$.

$\boxed{2}$ En déduire que pour tout réel x, si $f(x) = x^4$ alors $f'(x) = 4x^3$.