Probabilité
Conditionnelle

Évarite Galois
maths-mde.fr

Exercice 1 :

On tire au hasard une carte dans un jeu de 52 cartes. On considère les événements suivants.

- A : la carte tirée est un as.
- B : la carte tirée est un coeur.

1 $\overline{A}$: la carte tirée n'est pas un as.
$A \cap B$: la carte tirée est un as de coeur.
$A \cup B$: la carte tirée est un as ou un coeur.

2 $P(A) = \dfrac{4}{52} = \dfrac{1}{13}$.
$P(B) = \dfrac{13}{52} = \dfrac{1}{4}$.
$P(A \cap B) = \dfrac{1}{52}$.
$P(A \cup B) = \dfrac{4+13-1}{52} = \dfrac{16}{52} = \dfrac{4}{13}$.
$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \dfrac{4}{52} = 1 - \dfrac{1}{13} = \dfrac{12}{13}$.

Exercice 2 :

Soit S et T deux événements tels que : $p(\overline{S}) = 0,5 \quad p(T) = 0,6$ et $p(S \cup T) = 0,9$.

1
$$\begin{aligned} p(S \cap T) &= p(S) + p(T) - p(S \cup T) \\ &= 1 - p(\overline{S}) + p(T) - p(S \cap T) \\ &= 1 - 0,5 + 0,6 - 0,9 = 0,2. \end{aligned}$$

2
$$\begin{aligned} p(\overline{S \cup T}) &= 1 - p(S \cup T) \\ &= 1 - 0,9 \\ &= 0,1. \end{aligned}$$

Exercice 3 :

Soit A l'événement : « Robin des Bois atteint sa cible ». Ainsi, $P(A) = 0,7$.
Dès lors, $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,7 = 0,3$.

Exercice 4 :

Dire que les deux événements A et B sont incompatibles revient à dire que $p(A \cap B) = 0$.

On sait que : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$. Or, $p(\overline{A}) = 0,4$, $p(B) = 0,2$ et $p(A \cap B) = 0$.

Ainsi, $p(A \cup B) = 1 - p(\overline{A}) + p(B) - 0 = 1 - 0,4 + 0,2 = 0,8$.

Exercice 5 :

A et B sont deux événements tels que : $p(A) = 0,8$ et $p(B) = 0,53$.

1 Raisonnement par l'absurde.
Supposons que A et B sont incompatibles. Ainsi, $p(A \cap B) = 0$. Or, $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.
Ainsi, $p(A \cup B) = 0,8 + 0,53 + 0 = 1,33$. Ce qui est absurde car une probabilité est toujours inférieure ou égale 1.
Par conséquent, $p(A \cap B) \neq 0$. Autrement A et B ne sont pas incompatibles.

$\boxed{2}$ Si $p(A \cup B) = 0,95$, alors :

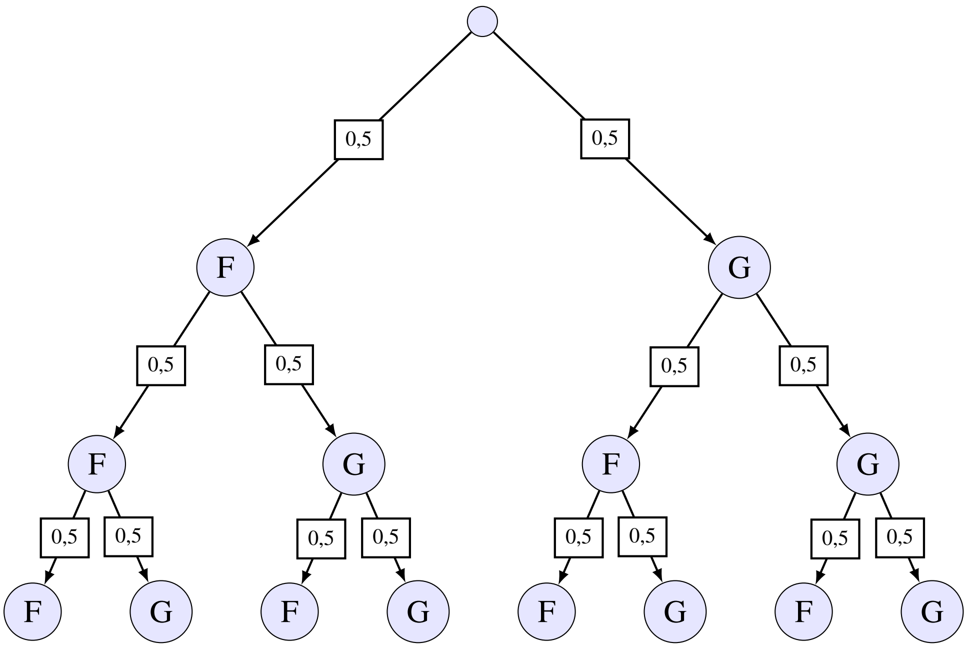
(a) $$\begin{aligned} p(A \cap B) &= p(A) + p(B) - p(A \cap B) \\ &= 0,8 + 0,53 - 0,95 \\ &= 1,33 - 0,95 \\ &= 0,38. \end{aligned}$$

(b) $$\begin{aligned} p(A \cap \overline{B}) &= p(A) - p(A \cap B) \\ &= 0,8 - 0,38 \\ &= 0,42. \end{aligned}$$

Exercice 6 :

Un couple de futurs parents décide d'avoir trois enfants. On suppose qu'ils auront autant de chances d'avoir un garçon qu'une fille et qu'il n'y aura pas de jumeaux.

$\boxed{1}$ Voici l'arbre de probabilités, déterminant la liste de tous les résultats possibles.



$\boxed{2}$ On considère les événements suivants :

- A : le couple aura 3 filles.
- B : le couple aura 3 filles ou 3 garçons.
- C : le couple aura au moins une fille.

Ainsi,

$p(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

$p(B) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

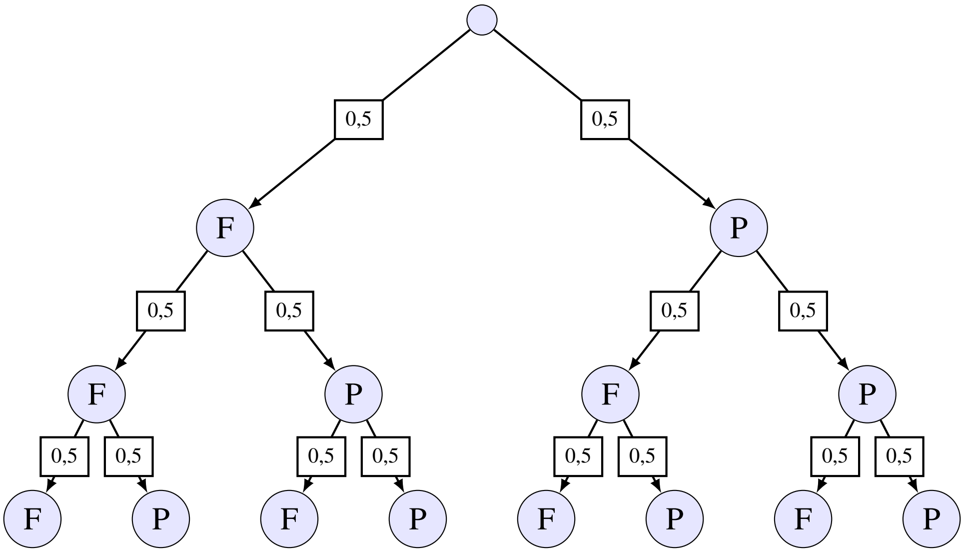
$p(C) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

Exercice 7 :

On lance 3 fois de suite une pièce. On considère les événements suivants.

- A : obtenir exactement une fois pile.
- B : obtenir au moins une fois pile.
- C : obtenir au plus une fois pile.

Ainsi, $p(A) = \frac{3}{8}$; $p(B) = \frac{7}{8}$; $p(C) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.



Exercice 8 :

Une urne contient quatre boules numérotées ❶ ❷ ❸ ❹ indiscernables au toucher.
On tire au hasard successivement deux boules, en remettant la première boule tirée dans l'urne.

— A est l'événement : « La somme des points obtenus est égale à 4. »

— B est l'événement : « Le produit des points obtenus est égale à 4. »

1 Tableau à double entrée des sommes :

Tirage 1 \ Tirage 2	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

Tableau à double entrée des produits :

Tirage 1 \ Tirage 2	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	8	12
4	4	8	12	16

2 $p(A) = \frac{3}{16}$ et $p(B) = \frac{3}{16}$.

3 $A \cap B$: Obtenir une somme et un produit égaux à 4.
$A \cup B$: Obtenir une somme égale 4 ou bien un produit égale à 4.

4 Selon les susdits tableaux : $p(A \cap B) = \frac{1}{16}$. Or, $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$. Ainsi,
$p(A \cup B) = \frac{3}{16} + \frac{3}{16} - \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$.

Exercice 9 :

On a placé dans un panier des poivrons jaunes ou rouges, provenant de France ou d'Espagne selon la répartition suivante :

	Jaune	Rouge	Total
France	1	2	3
Espagne	4	5	9
Total	5	7	12

On choisit au hasard un poivron dans le panier. On note :

— F : « le poivron provient de France » ;

— J : « le poivron est jaune ».

1 (a) $p(F) = \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4}$; $p(J) = \dfrac{5}{12}$; $p(F \cap J) = \dfrac{1}{12}$.

(b) On sait que : $p(F \cup J) = p(F) + p(J) - p(F \cap J)$.

Donc, $p(F \cup J) = \dfrac{3}{12} + \dfrac{5}{12} = \dfrac{1}{12} = \dfrac{7}{12}$.

2 (a) $p_J(F) = \dfrac{Card(J \cap F)}{Card(J)} = \dfrac{1}{5}$.

Cela signifie que nous avons une chance sur cinq de choisir un poivron provenant de France sachant qu'il est jaune.

(b) $p_F(J) = \dfrac{Card(J \cap F)}{Card(F)} = \dfrac{1}{3}$.

Ainsi, il y a une chance sur trois de choisir un poivron jaune sachant qu'il provient de France.

Exercice 10 :

Une boîte de petits fours contient 50 gâteaux, qui sont chocolatés ou meringués. Ces gâteaux sont soit de forme carrée, soit de forme ronde. La répartition de ces gâteaux dans la boîte est donnée par le tableau ci-dessous.

	Chocolaté	Meringué	Total
Carrée	10	10	20
Ronde	20	10	30
Total	30	20	50

On choisit au hasard un gâteau dans cette boîte. On note :

— M : « le gâteau est meringué » ;

— R : « le gâteau est de forme ronde ».

1 (a) Selon le tableau :

$p(M \cap R) = \dfrac{10}{50} = \dfrac{1}{5}$.

(b) $p(\overline{M} \cap R) = \dfrac{20}{50} = \dfrac{2}{5}$.

Cela signifie que nous avons deux chances sur cinq de choisir un gâteau rond au chocolat.

(c) On sait que :

$p(\overline{M} \cup R) = p(\overline{M}) + p(R) - p(\overline{M} \cap R)$.

Ainsi, $p(\overline{M} \cup R) = \dfrac{30}{50} + \dfrac{30}{50} - \dfrac{20}{50} = \dfrac{40}{50} = \dfrac{4}{5}$.

2 (a) $p_M(R) = \dfrac{Card(M \cap R)}{Card(M)} = \dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$.

(b) Soit C l'événement :« le gâteau est de forme carrée. »

$$p_C(M) = \frac{Card(M \cap C)}{card(C)} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}.$$