# Trigonométrie

**Pour commencer**

Évarite Galois
maths-mde.fr

## Exercice 1 :

Préciser la mesure de l'angle géométrique correspondant en degré.

| $x$ (rad) | $\frac{\pi}{5}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{2\pi}{5}$ | $\frac{4\pi}{5}$ | $\pi$ | $\frac{4\pi}{3}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ (degré) | | | | | | |

## Exercice 2 :

Donner une mesure en radian des angles géométriques suivants.

| $x$ (degré) | 30 | 45 | 75 | 90 | 135 | 150 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ (rad) | | | | | | |

## Exercice 3 :

Donner la mesure principale des angles suivants.

1. $15\pi$, $-3\pi$, $-6\pi$, $28\pi$ et $-\pi$.
2. $-\frac{3\pi}{2}$, $-\frac{7\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2}$, $\frac{8\pi}{2}$ et $\frac{26\pi}{2}$.

## Exercice 4 :

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls tels que : $(\vec{u},\vec{v}) = \frac{\pi}{4}$. Donner une mesure de :

1. $(\vec{v},\vec{u})$.
2. $(\vec{u},-\vec{v})$.
3. $(-\vec{u},-\vec{v})$.
4. $(\vec{v},-\vec{u})$.

## Exercice 5 :

Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$, $\vec{r}$ et $\vec{t}$ des vecteurs non nuls. Compléter.

1. $(\vec{u},\vec{v}) + (\vec{v},\vec{w}) = ....$
2. $(...,\vec{w}) + (...,\vec{t}) = (\vec{v},\vec{t})$.
3. $(\vec{t},\vec{w}) + (...,\vec{t}) = (\vec{v},\vec{w})$.

## Exercice 6 :

Compléter.

1. $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) + \left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right) = ...$
2. $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right) + \left(\overrightarrow{...C},\overrightarrow{A...}\right) = \left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$
3. $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CB}\right) = \left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A...}\right) + \left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{...B}\right)$

## Exercice 7 :

Soit $A$, $B$, $C$ et $D$ quatre points du plan tels que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right) = \frac{2\pi}{3}$. Donner une mesure de :

1. $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{DC}\right)$.
2. $\left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{AB}\right)$.
3. $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DC}\right)$.
4. $\left(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{AB}\right)$.

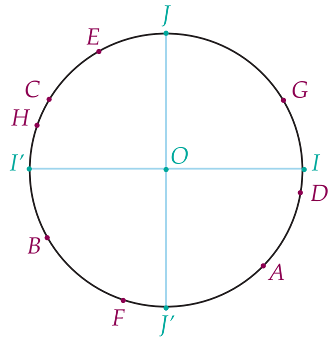
## Exercice 8 :

Compléter le tableau.

| $x$ en radian | $\frac{\pi}{3}$ | ... | $-\frac{\pi}{4}$ | | $\frac{7\pi}{6}$ | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\cos x$ | ... | $-\frac{1}{2}$ | ... | $0$ | ... | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ |
| $\sin x$ | ... | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | ... | $-1$ | ... | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ |

## Exercice 9 :

Les points $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$, $G$ et $H$ sont placés sur le cercle trigonométrique ci-dessous.




1 À l'aide d'un rapporteur, associer à chaque point (de $A$ à $F$) le nombre réel de l'intervalle $]-\pi\ ;\ \pi]$ dont il est le point-image :

$$\frac{2\pi}{3},\ -\frac{\pi}{18},\ \frac{5\pi}{6},\ -\frac{\pi}{4},\ -\frac{5\pi}{6},\ \frac{\pi}{6},\ -\frac{6\pi}{10} \text{ et } \frac{9\pi}{10}.$$

2 Donner les nombres réels dont les points-images sont les points précédents (de $A$ à $F$), cette fois, dans l'intervalle $[0\ ;\ 2\pi[$.

## Exercice 10 :

Déterminer la mesure principale des angles orientés suivants :

1 $-\frac{7\pi}{5}$. 2 $\frac{18\pi}{4}$. 3 $\frac{4\pi}{3}$. 4 $\frac{7\pi}{10}$.

## Exercice 11 :

Trouver l'angle $x$ dans $]-\pi\ ;\ \pi]$ correspondant à l'angle $\alpha$ donné :

1 $\alpha = \frac{7\pi}{2}$. 2 $\alpha = -\frac{4\pi}{3}$. 3 $\alpha = \frac{35\pi}{6}$. 4 $\alpha = -\frac{21\pi}{4}$. 5 $\frac{202\pi}{3}$.

## Exercice 12 :

Soit $n$ un entier naturel. Donner le cosinus et le sinus des réels :

1 $2n\pi$. 2 $(2n+1)\pi$. 3 $n\pi$. 4 $-\frac{\pi}{2}+(2n+1)\pi$.

## Exercice 13 :

Trouver les valeurs exactes du cosinus et du sinus des réels donnés.

1 $\frac{\pi}{6}$. 2 $\frac{5\pi}{6}$. 3 $\frac{7\pi}{6}$. 4 $\frac{11\pi}{6}$. 5 $\frac{13\pi}{6}$.

### Exercice 14 :

Trouver les valeurs exactes du cosinus et du sinus des réels donnés.

1. $\dfrac{\pi}{4}$.
2. $\dfrac{9\pi}{4}$.
3. $\dfrac{5\pi}{4}$.
4. $\dfrac{81\pi}{4}$.
5. $\dfrac{108\pi}{4}$.
6. $\dfrac{\pi}{3}$.
7. $\dfrac{4\pi}{3}$.
8. $\dfrac{71\pi}{3}$.
9. $\dfrac{97\pi}{3}$.
10. $-\dfrac{54\pi}{3}$.

### Exercice 15 :

1. À partir de $\sin\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$, déterminer $\sin\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)$, puis $\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)$.
2. À partir de $\cos\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$, déterminer $\cos\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)$, puis $\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)$.
3. En déduire, $\cos\left(-\dfrac{3\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(-\dfrac{3\pi}{4}\right)$.

### Exercice 16 :

Parmi les expressions suivantes, lesquelles sont nulles quel que soit $x$ réel ?

1. $\cos(x+\pi)-\cos(-x)$.
2. $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)+\cos(\pi-x)$.
3. $\sin(2\pi-x)+\sin(\pi+x)$.
4. $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)+\sin(4\pi+x)$.

### Exercice 17 :

1. Calculer $\sin\dfrac{5\pi}{4}$, $\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)$ et $\sin\dfrac{5\pi}{6}$.
2. On admet que $\cos\left(\dfrac{2\pi}{5}\right)=\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$. Calculer $\sin\left(\dfrac{\pi}{10}\right)$.

### Exercice 18 :

Résoudre sur $]-\pi\,;\,\pi]$, l'équation $\cos(\alpha)=\dfrac{1}{2}$.

### Exercice 19 :

Résoudre sur $[0\,;\,2\pi[$, l'inéquation $\cos(\alpha)\leqslant\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

### Exercice 20 :

Résoudre sur $[0\,;\,2\pi[$, l'équation $\sin(\alpha)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

### Exercice 21 :

Résoudre sur $]-\pi\,;\,\pi]$ , l'inéquation $\sin(\alpha)<\dfrac{1}{2}$.

## Exercice 22 :

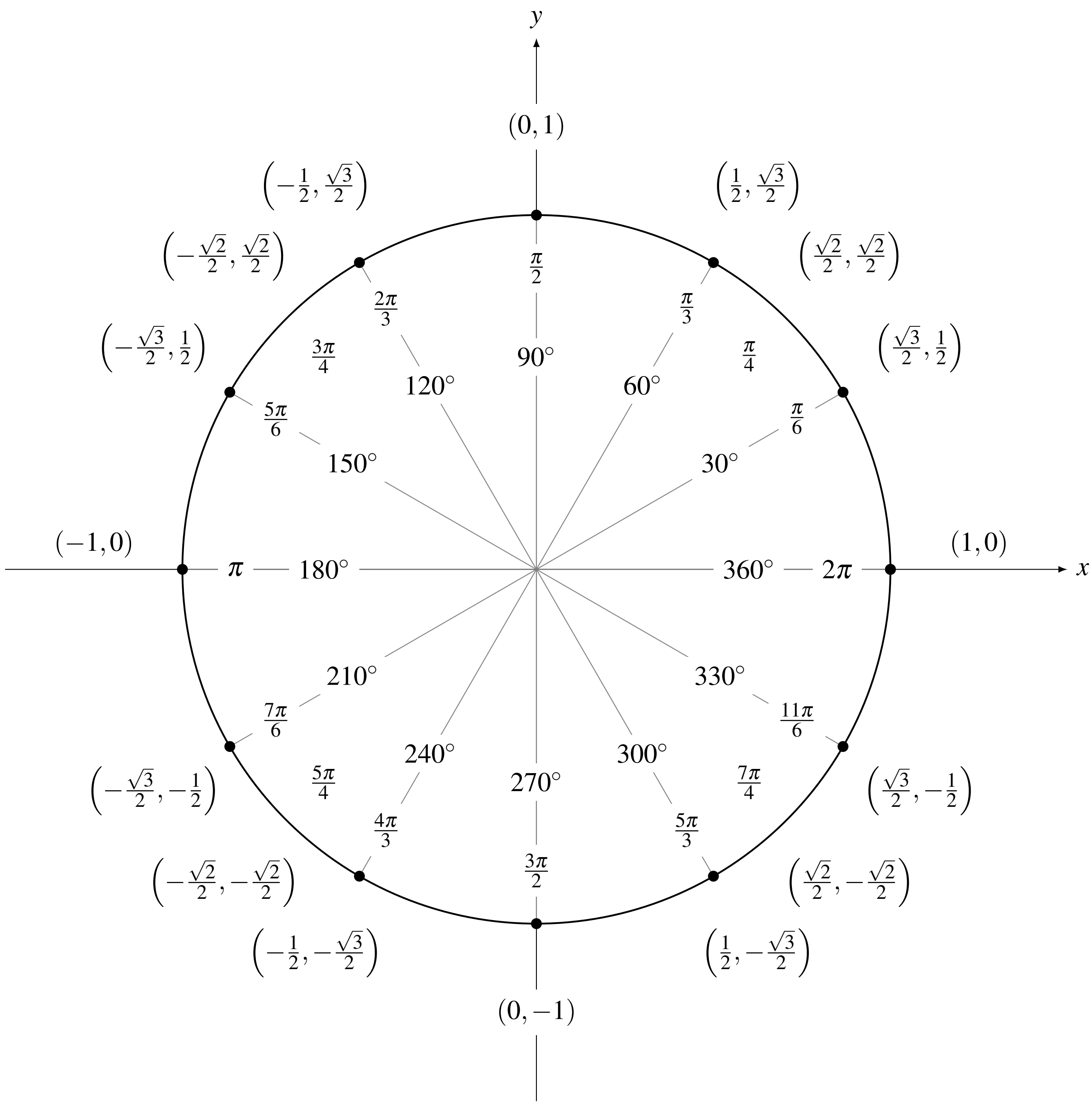
Résoudre sur $]-\pi\ ;\ \pi]$, le système d'inéquations suivant, $\begin{cases} \cos(x) \leqslant \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin(x) \leqslant \dfrac{1}{2}. \end{cases}$

## Exercice 23 :

Résoudre sur $]-\pi\ ;\ \pi]$, le système d'inéquations suivant, $\begin{cases} \cos(x) \leqslant -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin(x) \leqslant -\dfrac{\sqrt{3}}{2}. \end{cases}$

## Exercice 24 :

Résoudre sur $[0\ ;\ 2\pi[$, le système d'inéquations suivant, $\begin{cases} \cos(x) \geqslant 0 \\ \sin(x) \geqslant -\dfrac{\sqrt{3}}{2}. \end{cases}$



Résoudre sur $[0\ ;\ 2\pi[$, le système d'inéquations suivant, $\begin{cases} \cos(x) \leqslant -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin(x) \geqslant 0. \end{cases}$