# Variable aléatoire

Évarite Galois
maths-mde.fr

## Exercice 1 :

Soit $X$ la variable aléatoire donnant le nombre de passages à l'infirmerie dans un lycée dans une journée.

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | 0,35 | 0,3 | 0,25 | $\cdots$ |

1. Calculer le réel $P(X=3)$.
2. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins deux passages à l'infirmerie dans la journée.

## Exercice 2 :

La loi de probabilité d'une variable aléatoire $X$ est donnée par le tableau suivant.

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | 0,02 | 0,12 | $a$ | 0,31 | 0,27 |

1. Calculer le réel $a$.
2. Calculer $P(X \geqslant 2)$ et $P(X > 0)$.

## Exercice 3 :

Le tableau suivant donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire $X$. Calculer $p$.

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $p_i = P(X=x_i)$ | $p$ | $2p$ | $3p$ |

## Exercice 4 :

Une boulangerie industrielle utilise une machine pour fabriquer des pains devant peser normalement 500 $g$. On note $X$ la variable aléatoire donnant les masses possibles des pains en grammes. On donne la loi de probabilité de $X$.

| $x_i$ | 480 | 490 | 500 | 510 | 520 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | 0,08 | 0,29 | 0,41 | 0,12 | 0,1 |

1. Quelle est la probabilité qu'un pain pèse au moins 500 $g$ ?
2. Seuls les pains pesant au moins 490 $g$ vont être commercialisés. Quelle est la probabilité qu'un pain soit commercialisé ?

## Exercice 5 :

1. Une variable aléatoire prend chacune des valeurs 0 ; 1 ; 2 avec les probabilités respectives $0,21$ ; $0,16$ et $0,63$. Calculer $E(X)$.
2. Une variable aléatoire prend chacune des valeurs $-2$ ; 1 ; 2 avec les probabilités respectives $\frac{1}{3}$ ; $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{2}$. Calculer $E(X)$.

## Exercice 6 :

Le tableau suivant donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire $X$.

| $x_i$ | $-2$ | $-1$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,1 | 0,25 | 0,4 | 0,2 | 0,05 |

1. Vérifier que ce tableau définit bien une loi de probabilité.
2. Calculer $P(X \geqslant 0)$ puis $P(X < 1)$.
3. Calculer $E(X)$.

## Exercice 7 :

Le nombre de clients passant à la caisse d'un supermarché en 10 min est une variable aléatoire $X$ dont on donne la loi de probabilité ci-dessous.

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,1 |

Combien de clients, en moyenne, le caissier peut-il espérer faire passer en une heure ?

## Exercice 8 :

On donne la ci-dessous la loi de probabilité d'une variable aléatoire $X$ qui représente le gain (positif ou négatif) associé à un jeu.

| $x_i$ | $-4$ | $-3$ | 0 | 2 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | $\frac{1}{16}$ | $\frac{3}{16}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{16}$ | $\frac{1}{16}$ |

Le jeu est il équitable ? Est-il favorable au joueur ou défavorable au joueur ?

## Exercice 9 :

On donne ci-dessous la loi de probabilité d'une variable aléatoire $X$.

| $x_i$ | $-7$ | 3 | $a$ |
|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,3 | 0,5 | 0,2 |

Calculer $a$ sachant que $E(X) = 1,2$.

## Exercice 10 :

On considère un jeu de lancers d'une pièce de monnaie équilibrée. Une partie consiste à lancer successivement trois fois la pièce.
On note $P$ la sortie de PILE et $F$ la sortie de FACE.

1. Donner, à l'aide d'un arbre, la liste des huit issues possibles.
2. Chaque PILE obtenu fait gagner 2 € mais chaque FACE fait perdre 3 €. De plus, si les trois lancers de la partie donnent un résultat identique, le joueur reçoit en plus un bonus de 2 €.
   On appelle $X$ la variable aléatoire qui, à chaque partie, associe le gain réalisé.
   (a) Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire $X$ ?
   (b) Déterminer la loi de probabilité de $X$ et calculer son espérance.
   (c) Quel bonus $p$ faut-il donner au joueur pour que le jeu soit équitable ?