

DEVOIR MAISON N°1

Exercice 1 : (5 points)

On considère l'équation (E) : $z^4 = -4$ où z est un nombre complexe.

1. Montrer que si le nombre complexe z est solution de l'équation (E) alors les nombres complexes $-z$ et z sont aussi solutions de l'équation (E).
2. On considère le nombre complexe $z_0 = 1 + i$. Vérifier que z_0 est solution de l'équation (E).
3. Dédire des deux questions précédentes trois autres solutions de l'équation (E).
4. L'équation (E) admet-elle d'autres solutions que celles citées dans les questions 2. et 3.?

Exercice 2 : (5 points)

1. En posant $z = a + ib$ avec a et b deux réels, résoudre $z^2 = \bar{z}$.
Pour la suite de l'exercice, on notera z_0 la solution dont la partie imaginaire est strictement positive
2. Montrer que $z_0 \times \bar{z}_0 = 1$.
3. Donner la forme algébrique de z_0 , z_0^2 et z_0^3 .
4. Démontrer que pour tout entier naturel n , $z^{3n} = 1$.
5. En déduire la valeur de z^{3n+1} et z^{3n+2} pour tout entier naturel n .
6. En déduire la valeur de z_0^{999} et z_0^{1000} .



Bon courage!