



Fonction logarithme décimal

Terminale STMG : maths-mde.fr



Définitions

- Soit b un nombre réel strictement positif.
L'unique solution de l'équation $10^x = b$, d'inconnue x , s'appelle le logarithme décimal de b , et se note $\log(b)$. On a alors : $x = \log(b)$.
- La fonction qui, à tout réel $b > 0$, associe l'unique solution de l'équation $10^x = b$ s'appelle la fonction logarithme décimal. Elle est notée \log .

$$\begin{cases} \log :]0; +\infty[\longrightarrow \mathbb{R} \\ b \longrightarrow \log(b) \end{cases}$$

Propriétés

- $10^x = b \Leftrightarrow x = \log(b)$.
- Pour tout réel b strictement positif : $10^{\log(b)} = b$.
- $\log(10) = 1$ et $\log(1) = 0$.

Exemples : Résoudre les équations suivantes.

- $10^x = 2$
- $10^x = 0,02$
- $\log(x) = 5$
- $\log(x) = 1,2$

1 Sens de variation de la fonction logarithme décimal

Propriétés

- La fonction \log est strictement croissante sur $]0; +\infty[$.
- Pour tout réel x strictement positif et tout y réel : $y = \log(x) \Leftrightarrow 10^y = x$.
- Pour tout x de $]0; 1[$, on a : $\log(x) < 0$ et, pour tout $x > 1$, on a : $\log(x) > 0$.
- Pour tout x et y réels strictement positifs : $\log(x) = \log(y) \Leftrightarrow x = y$ et $\log(x) < \log(y) \Leftrightarrow x < y$.

Exemples : Résoudre les inéquations suivantes.

- $x \log(5) \geq 3$
.....
.....
- $x \log(0,99) \leq 10$
.....
.....
- Une souche d'une bactérie voit sa population multipliée par 10 toutes les heures. On modélise cette évolution par la fonction p définie par $p(t) = 10^t$, où t est le temps (en heure). À $t = 0$, il y a une bactérie.
Déterminer le temps nécessaire pour que la population atteigne les 500 individus. Donner le résultat en heure à 10^{-2} près.
.....
.....

2 Propriétés algébriques

Propriétés

- Pour tout entier naturel n , on a : $\log(10^n) = n$.
- Pour tout réel x , on a : $\log(10^x) = x$.
- Pour tous réels strictement positifs a et b , on a : $\log(ab) = \log(a) + \log(b)$.

Exemples : Écrire A , B et C en n'utilisant que des combinaisons linéaires des nombres $\log(2)$ et $\log(3)$.

- $A = \log(8)$
- $B = \log(32)$
- $C = \log(72)$

Propriétés

a et b sont deux réels strictement positifs, n un entier naturel et x un réel.

- $\log(a^n) = n \log(a)$.
- $\log(a^x) = x \log(a)$.
- $\log\left(\frac{1}{b}\right) = -\log(b)$.
- $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$.

Exemples :

- Résoudre l'équation $x^{0,2} = 2\,048$.
.....
.....
.....
- Résoudre l'inéquation $2^x > 3$.
.....
.....
.....
- En 2019, la population mondiale est estimée à 7,637 milliards d'habitants. Or, depuis les années 2000, elle augmente en moyenne de 1,4% par an. Si cette évolution ne change pas, au cours de quelle année la population mondiale aura-t-elle doublé ?
.....
.....
.....
.....
.....
.....