Série d'exercices

Corrigés — Classe : Tle STMG — Lycée : Evariste Galois

Exercice n°1

Calculer les dérivées des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}^*$.

a. $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$.

b. $f(x) = 3x - 2 + \dfrac{1}{x}$.

c. $f(x) = x^2 + \dfrac{1}{x}$.

d. $f(x) = 3x^2 - 5x + 2 + \dfrac{1}{x}$.

e. $f(x) = -2x^3 + 4x^2 + 1 + \dfrac{1}{x}$.

Exercice n°2

Calculer les dérivées des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}^*$.

a. $f(x) = \dfrac{2}{x}$.

b. $f(x) = 2x + \dfrac{3}{x}$.

c. $f(x) = -3x^2 - \dfrac{2}{x}$.

d. $f(x) = 7x^2 - 2x + 2 + \dfrac{4}{x}$.

e. $f(x) = x^3 - 5x^2 + x - \dfrac{1}{x}$.

Exercice n°3

Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe de la fonction inverse au point d'abscisse -1 et au point d'abscisse 2.

Exercice n°4

Dans chacun des cas suivants, déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a, a étant un réel donné.

- $f(x) = 3 + \dfrac{1}{x}$; $a = 1$.
- $f(x) = 2x + \dfrac{1}{x}$; $a = -1$.
- $f(x) = 4x^2 - 2x + \dfrac{1}{x}$; $a = 2$.

Exercice n°5

Étudier les variations des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}^*$.

- $f(x) = 3 + \dfrac{1}{x}$.
- $g(x) = 2 - \dfrac{1}{x}$.

Exercice n°6

Dans chacun des cas suivants, déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f en son point d'abscisse a (a réel donné).

1. $f(x) = 5 + \dfrac{4}{x}$; $a = -1$.
2. $f(x) = -3 - \dfrac{5}{x}$; $a = 2$.
3. $f(x) = -2x + 3 + \dfrac{4}{x}$; $a = 1$.
4. $f(x) = 3x + 7 - \dfrac{2}{x}$; $a = 3$.

Exercice n°7

Dans chacun des cas suivants, déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f en son point d'abscisse a (a réel donné).

1. $f(x) = -2x^2 + 3x - \dfrac{2}{x}$; $a = -2$.
2. $f(x) = \dfrac{4}{3}x^2 - \dfrac{2}{3}x + \dfrac{2}{x}$; $a = -1$.
3. $f(x) = \dfrac{4}{7}x^3 - \dfrac{2}{7}x + \dfrac{2}{x}$; $a = -1$.

Exercice n°8

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Montrer que pour tout réel x non nul :
$$f'(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x^2}.$$
3. Après avoir étudié le signe de $f'(x)$, dresser le tableau de variations.

Exercice n°9

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = 4x+1+\dfrac{9}{x}$.

1. Montrer que pour tout réel x non nul :
$$f'(x) = \frac{(2x-3)(2x+3)}{x^2}.$$
2. Pour tout réel x non nul, étudier le signe de $f'(x)$.
3. En déduire les variations de la fonction f.

Exercice n°10

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $g(x) = x+10-\dfrac{1}{x}$.

1. Montrer que pour tout réel x non nul :
$g'(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2}$.
2. Pour tout réel x non nul, étudier le signe de $g'(x)$.
3. En déduire les variations de la fonction g.

Exercice n°11

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $h(x) = x - 5 + \dfrac{2}{x}$.

1. Montrer que pour tout réel x non nul :
$$h'(x) = \frac{(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})}{x^2}.$$
2. Pour tout réel x non nul, étudier le signe de $h'(x)$.
3. En déduire les variations de la fonction h.

Exercice n°12

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par :
$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 7x - \frac{4}{x}.$$

1. Déterminer $f'(x)$.
2. Montrer que pour tout réel x non nul :
$$f'(x) = \frac{(x-2)(x-1)(3x+2)}{x^2}.$$
3. Pour tout réel x non nul, étudier le signe de $f'(x)$.
4. En déduire les variations de la fonction f.

Exercice n°13

1. Résoudre l'équation : $2x^3 - 3 = 0$. On appellera a la solution de cette équation. En donner une valeur approchée à 10^{-2} près.
2. Soit p la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par :
$$p(x) = 6x^2 - 15 + \frac{18}{x}.$$
3. Montrer que pour tout réel x non nul :
$$p'(x) = \frac{6(2x^3 - 3)}{x^2}.$$
4. Dresser le tableau de variations de la fonction p.

Exercice n°14

1. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$g(x) = 2x^2 + x + 1.$$
   (a) Dresser le tableau de variations de g.
   (b) En déduire que g admet un minimum que l'on déterminera et en déduire le signe de $g(x)$.
2. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$h(x) = x^2 - x + 1 + \frac{1}{x}.$$
   (a) Déterminer $h'(x)$.
   (b) Montrer que pour tout réel x non nul :
$$h'(x) = \frac{(x-1)g(x)}{x^2}.$$
   (c) Dresser le tableau de variations de la fonction h.

Exercice n°15

1. Développer : $(x-3)(x+3)$ et $(x-5)(x+5)$.
2. Développer : $(x^2 - 9)(x^2 - 25)$.
3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par :
$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 34x + \frac{7}{3} - \frac{225}{x}.$$
   (a) Déterminer $f'(x)$.
   (b) Pour tout réel x non nul, étudier le signe de $f'(x)$.
   (c) En déduire les variations de la fonction f.

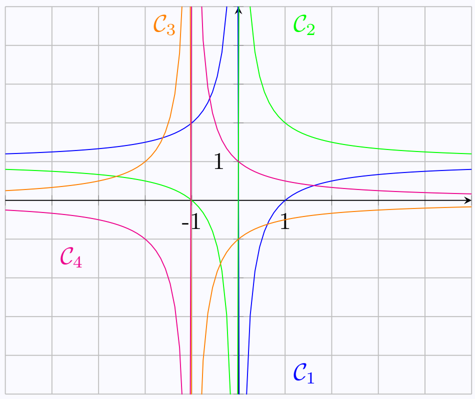
Exercice n°16

Les fonctions ci-dessous sont représentées ci-après.

a) $f(x) = 1 - \dfrac{1}{x}$. c) $g(x) = 1 + \dfrac{1}{x}$.

b) $h(x) = -\dfrac{1}{x+1}$. d) $k(x) = \dfrac{1}{x+1}$.

Associer chacune des courbes ci-dessous aux fonctions données.



Exercice n°17

Les fonctions ci-dessous sont représentées ci-après.

a) $f(x) = 2 - \dfrac{1}{x}$. c) $g(x) = -1 + \dfrac{1}{x}$.

b) $h(x) = -\dfrac{1}{x-1}$. d) $k(x) = \dfrac{1}{x+2}$.

Associer chacune des courbes ci-dessous aux fonctions données.