7

Probabilités conditionnelles

Série d'exercices

Corrigés — Classe : Tle STMG — Lycée : Evariste Galois

Exercice n°1

Une urne contient quatre boules numérotées ❶ ❷ ❸ ❹ indiscernables au toucher.
On tire au hasard successivement deux boules, en remettant la première boule tirée dans l'urne.

— A est l'événement : « La somme des points obtenus est égale à 4. »

— B est l'événement : « Le produit des points obtenus est égale à 4. »

a) Représenter la situation par un tableau ou un arbre.

b) Déterminer $p(A)$ et $p(B)$.

c) Définir à l'aide d'une phrase les événements $A \cap B$ et $A \cup B$.

d) Déterminer $p(A \cap B)$ et en déduire $p(A \cup B)$.

Exercice n°2

On a placé dans un panier des poivrons jaunes ou rouges, provenant de France ou d'Espagne selon la répartition suivante :

	Jaune	Rouge	Total
France	1	2	3
Espagne	4	5	9
Total	5	7	12

On choisit au hasard un poivron dans le panier. On note :

— F : « le poivron provient de France » ;

— J : « le poivron est jaune ».

1. (a) Calculer les probabilités $p(F)$, $p(J)$ et $p(F \cap J)$.
   (b) En déduire la probabilité $p(F \cup J)$.
2. (a) Déterminer la probabilité $p_J(F)$. Interpréter le résultat.
   (b) On choisit un poivron provenant de France. Quelle est la probabilité qu'il soit jaune ?

Exercice n°3

Une boîte de petits fours contient 50 gâteaux, qui sont chocolatés ou meringués. Ces gâteaux sont soit de forme carrée, soit de forme ronde.
La répartition de ces gâteaux dans la boîte est donnée par le tableau ci-dessous.

	Chocolaté	Meringué	Total
Carrée	10	10	20
Ronde	20	10	30
Total	30	20	50

On choisit au hasard un gâteau dans cette boîte. On note :

— M : « le gâteau est meringué » ;

— R : « le gâteau est de forme ronde ».

1. (a) Déterminer la probabilité que le gâteau soit meringué et de forme carrée.
   (b) Calculer $p(\overline{M} \cap R)$. Interpréter le résultat.
   (c) En déduire $p(\overline{M} \cup R)$.
2. (a) Calculer la probabilité que le gâteau soit de forme ronde sachant qu'il est meringué.
   (b) Calculer la probabilité que le gâteau soit meringué sachant qu'il est de forme carrée.

Exercice n°4

Une maladie atteint 3 % d'une population de 30 000 habitants. On soumet cette population à un test :
• parmi les bien-portant, 2 % ont un test positif ;
• parmi les individus malades, 49 ont un test négatif.

1. Compléter le tableau suivant :

	Malade	Bien-portant	Total
Test positif			
Test négatif			
Total			

2. On choisit au hasard un individu de cette population. On note :

   — T : « le test est positif » ;

   — M : « l'individu est malade ».

   (a) Définir par une phrase l'évènement $T \cap M$, puis calculer sa probabilité.
   (b) Calculer la probabilité que le test soit positif sachant que l'individu n'est pas malade.
   (c) Calculer la probabilité que l'individu soit malade sachant que le test est positif.

Exercice n°5

Une enquête a été réalisée auprès de 800 élèves d'un lycée.
• 40 % des élèves sont des garçons ;
• 35 % des élèves sont des fumeurs ;
• 224 garçons ne fument pas.
Un tableau d'effectifs qui traduit la situation est donné ci-dessous :

	Garçon	Fille	Total
Fumeur			
Non fumeur			
Total			

1. Compéter le tableau.
2. On choisit au hasard un élève de l'établissement. On note :

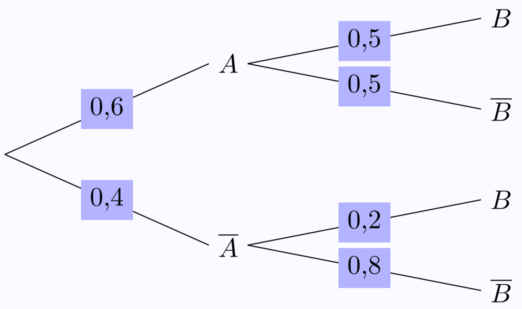
   — G : « l'élève est un garçon » ;

   — F : « l'élève est un fumeur ».

   (a) Sachant que l'élève choisi est fumeur, quelle est la probabilité que ce soit une fille ?
   (b) L'élève choisi est un garçon. Quelle est la probabilité qu'il soit non fumeur ?

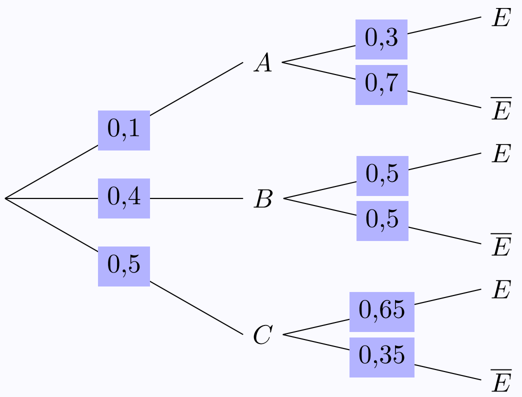
Exercice n°6

Grâce à l'arbre ci-dessous, donner les probabilités : $P(A)$, $P_A(B)$, $P_A(\overline{B})$ et $P_{\overline{A}}(\overline{B})$.



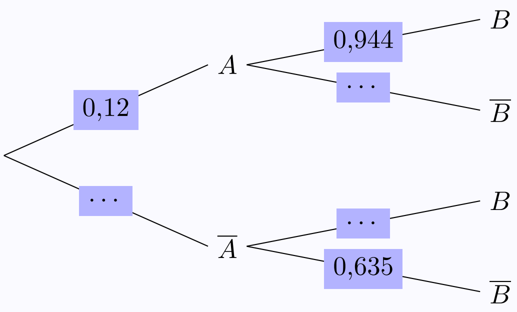
Exercice n°7

Grâce à l'arbre ci-dessous, donner les probabilités : $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$, $P_A(E)$ et $P_B(\overline{E})$.



Exercice n°8

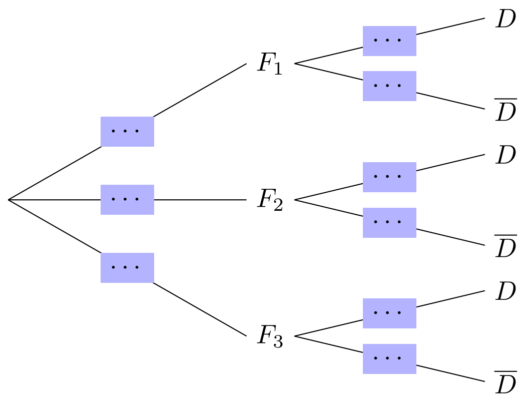
1. Compléter l'arbre ci-dessous.
2. Donner la probabilité de A, celle de B sachant A,puis celle de B sachant $\overline{A}$ et $P(A \cap B)$.



Exercice n°9

Une entreprise achète des puces électroniques auprès de trois fournisseurs F_1, F_2 et F_3 : 30% chez F_1, 20% chez F_2. Certaines puces présentent des défauts : 5% des puces venant de F_1, 3% de celles venant de F_2 et 10% des puces de F_3.On choisit une puce au hasard. Soit les événements F_i : « La puce vient du fournisseur i » et D : « La puce a un défaut ».

1. Compléter l'arbre pondéré ci-dessous.

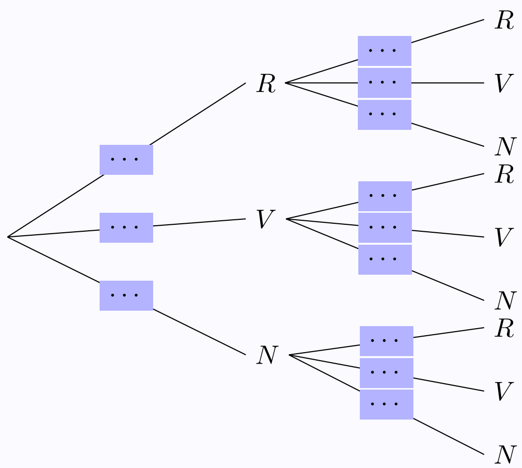


2. Déterminer la probabilité que la puce choisie ait un défaut.
3. Sachant que la pièce a un défaut, déterminer la probabilité qu'elle vienne du fournisseur F_3.

Exercice n°10

Une urne contient 3 boules rouges, 2 boules vertes et 2 boules noires. On tire successivement 2 boules de l'urne. On considère les événements R : « La boule tirée est rouge »,V : « La boule tirée est verte » et N : « La boule tirée est noire ».

1. Compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



2. Déterminer la probabilité de tirer deux boules de même couleur.

Exercice n°11

de voyages ne propose que trois destinations : les Antilles françaises, Cuba et les Maldives. Elle souhaite évaluer le niveau de satis-faction de ses clients. Elle sait que :

— 9% des clients partent aux Maldives et 98% d'entre eux sont satisfaits de leur séjour ;

— 79% des clients partent aux Antilles et 95% d'entre eux sont satisfaits ;

— 12% des clients partent à Cuba et 93% d'entre eux sont satisfaits.

On note :

— M l'événement : « Le client est parti en vacances aux Maldives » ;

— C l'événement : « Le client est parti à Cuba » ;

— A l'événement : « Le client est parti aux Antilles » ;

— S l'événement : « Le client est satisfait ».

1. Construire un arbre de probabilités correspondant à cette situation
2. On interroge un client au hasard. Déterminer la probabilité qu'il ne soit pas satisfait de son séjour.

Exercice n°12

Soit deux événements A et B tels que $P(A) = 0{,}3$ et $P(B) = 0{,}5$. Déterminer la probabilité de $P(A \cup B)$ dans chacun des cas suivants :

1. A et B sont indépendants.
2. A et B sont incompatibles.

Exercice n°13

Soit deux événements indépendants A et B tels que $P(A) = 0{,}3$ et $P(A \cup B) = 0{,}65$. Déterminer $P(B)$.

Exercice n°14

À la sortie d'une usine, les montres peuvent présenter un défaut (noté D_1) sur le bracelet et un défaut (noté D_2) sur le cadran. Une montre est dite défectueuse si elle présente au moins l'un des deux défauts. On prélève une montre au hasard dans la production d'une journée. On note A lévénement : « La montre présente le défaut D_1 » et B l'événement : « La montre présente le défaut D_2 ». On connaît les probabilités de ces événements : $P(A) = 0{,}02$ et $P(B) = 0{,}01$. On suppose que ces deux événements sont indépendants.

1. Déterminer la probabilité que la montre pré-sente les deux défauts.
2. Déterminer la probabilité que la montre n'ait aucun défaut.

Exercice n°15

En France, pour chaque naissance, la probabilité qu'il s'agisse d'un garçon est 0,51.

1. Un couple souhaite avoir deux enfants. On suppose que les sexes des enfants sont indépendants l'un de l'autre. Quelle est la probabilité que ce couple ait 2 garçons puis celle qu'elle ait 2 filles ?
2. Un autre couple souhaite avoir 3 enfants.Quelle est la probabilité d'avoir 3 garçons ?

Exercice n°16

Un sondage est réalisé par une mairie pour connaître les habitudes de ses administrés sur le traitement des déchets. 80% des personnes interrogées se déclarent sensibles au développement durable, mais parmi elles, seulement 75% trient leurs déchets. 70% des personnes interrogées déclarent trier leurs déchets.
On choisit au hasard une des personnes interrogées. On considère les événements D : « La per-sonne interrogée est sensible au développement durable » et T : « La personne interrogée trie les déchets » .

1. Déterminer $P_D(T)$.
2. Déterminer $P_T(D)$.

Exercice n°17

1. Andrew a révisé 15 des 25 thèmes pour préparer une épreuve orale. Lors de cette épreuve, l'étudiant tire deux sujets au hasard, puis choisit un des deux sujets.Quelle est la probabilité qu'Andrew soit interrogé sur un thème qu'il ne maîtrise pas ?
2. 75% des étudiants ont préparé l'épreuve écrite. Si un étudiant a préparé l'examen, il a 85% de chance de réussite à l'examen et 15% s'il ne l'a pas du tout préparé. On interroge au hasard un étudiant.
   (a) Quelle est la probabilité qu'il réussisse son examen ?
   (b) Quelle est la probabilité pour un étudiant ayant réussi l'examen de l'avoir préparé ?

Exercice n°18

Samia a lu dans un article qu'il n'existe pas de femmes daltoniennes. En utilisant les informations données ci-dessous, confirmer ou infirmer cette affirmation.Dans la population française, il y a environ 48% d'hommes et 4% de daltoniens. Parmi les hommes,on estime à 8% le nombre de daltoniens.
On interroge une personne au hasard. On considère les événements D : « La personne interrogée est daltonienne » et H : « La personne interrogée est un homme ».
Faire un arbre pondéré et déterminer la probabilité $P_H(D)$.

Exercice n°19

Samia a lu dans un article qu'il n'existe pas de femmes daltoniennes. En utilisant les informations données ci-dessous, confirmer ou infirmer cette affirmation.Dans la population française, il y a environ 48% d'hommes et 4% de daltoniens. Parmi les hommes,on estime à 8% le nombre de daltoniens.
On interroge une personne au hasard. On considère les événements D : « La personne interrogée est daltonienne » et H : « La personne interrogée est un homme ».
Faire un arbre pondéré et déterminer la probabilité $P_H(D)$.

Exercice n°20

Une urne opaque contient 2 boules noires et 9 blanches, toutes indiscernables au toucher. On tire successivement 2 boules de cette urne. On note A l'événement : « La première boule tirée est noire » et B l'événement : « La deuxième boule tirée est noire ».

1. Le tirage est réalisé sans remise.
   (a) Faire un arbre pondéré représentant cette situation.
   (b) Déterminer la probabilité de tirer deux boules de même couleur.
2. Le tirage est réalisé avec remise.

(a) Justifier que A et B sont indépendants.
(b) Faire un arbre pondéré représentant cette situation.
(c) Déterminer la probabilité de tirer deux boules de même couleur.