Série d'exercices

Corrigés — Classe : Tle STMG — Lycée : Evariste Galois

Exercice n°1

On considère la suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par : $u_n = 0{,}5n^2 + 1$.
Calculer les termes u_0, u_1, u_2 et u_{100}.

Exercice n°2

On considère la suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par : $u_n = 1 + \frac{2}{n}$.
Calculer les termes u_3, u_4, u_5 et u_{100} sous forme de fraction irréductible.

Exercice n°3

On considère la suite (u_n) de terme initial $u_0 = -3$ définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par : $u_{n+1} = 2u_n - 5$.
Calculer les termes u_1, u_2, u_3 et u_4.

Exercice n°4

On considère la suite (u_n) de terme initial $u_0 = 2$ définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $u_{n+1} = n + u_n$.
Calculer les termes u_1, u_2, u_3 et u_4.

Exercice n°5

Chaque année, un magazine perd la moitié de ses abonnés mais en gagne 150 nouveaux.
En 2019, ce magazine compte 120 000 abonnés.
On note, pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n le nombre d'abonnés en $2019 + n$.

1. Donner u_0. Que représente ce nombre ?
2. Calculer u_1 puis interpréter cette valeur.
3. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
4. En utilisant la calculatrice, déterminer le nombre d'abonnés en 2024.

Exercice n°6

Une entreprise prévoit d'augmenter sa production chaque mois de 10 %. Elle produit jusqu'à maintenant 2 000 pièces par mois.
On désigne par u_n le nombre de pièces fabriquées dans n mois. Ainsi, par exemple, $u_0 = 2\,000$.
Calculer u_1, u_2 et u_3, puis u_{10}.

Exercice n°7

En France, à la fin de l'année 2005, on compte 940 éoliennes. Depuis, chaque année, 500 éoliennes supplémentaires ont été installées. On note, pour tout entier naturel n, un le nombre d'éoliennes installées en France à la fin de l'année $2005 + n$. On a donc $u_0 = 940$.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n et en déduire la nature de la suite (u_n).
2. A l'aide de la calculatrice, estimer, selon ce modèle, le nombre d'éoliennes en France en 2025.

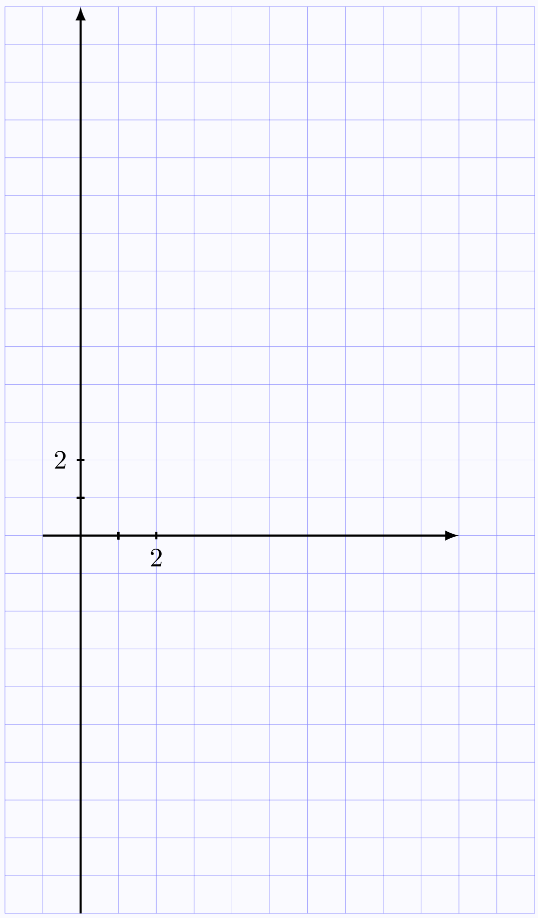
Exercice n°8

Le chiffre d'affaire d'une société augmente de 50 000 euros chaque année.
En 2010, le chiffre d'affaire était de 300 000 euros. On désigne par u_n le chiffre d'affaire de la société l'année $2010 + n$. Ainsi, on a en 2010, $u_0 = 300\,000$.

1. Déterminer u_1, u_2 et u_3.
2. Exprimer le chiffre d'affaire u_{n+1} en fonction de u_n.
3. Calculer le chiffre d'affaire pour 2020.
4. Quel est le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaire de 2010 à 2011 ? et de 2011 à 2012 ?
5. Déterminer le taux d'augmentation du chiffre d'affaire en 10 ans, entre 2010 et 2020.
   Quel est le taux d'augmentation moyen annuel ?

Exercice n°9

1. Représenter dans le repère ci-dessous la suite $u = (u_n)$ définie pour tout$n \in \mathbb{N}$ par :
   $u_n = -n^2 + 7n + 1$.



2. Quelle est l'ordonnée du point de la représentation graphique qui a pour pour abscisse 10 ?
3. Déterminer les coordonnées du point « le plus haut » qui se trouve en dessous de la droite d'équation y = -1000.

Exercice n°10

Déterminer la moyenne arithmétique de A et B dans chacun des cas suivants.

1. $A = 5$ et $B = 15$.
2. $A = \frac{1}{3}$ et $B = -\frac{3}{7}$.
3. $A = 105$ et $B = -205$.

Exercice n°11

1. Soit (u_n) la suite arithmétique de raison 3 et de premier terme : $u_0 = 2$. Calculer u_1, u_2, u_3, u_4 et u_6.
2. Soit (v_n) la suite arithmétique de raison -8 et de premier terme : $v_0 = 28$. Calculer v_1, v_2, v_3, v_4 et v_6.
3. Soit (w_n) la suite arithmétique de raison 3 et de premier terme : $w_0 = 17$. Calculer w_1, w_2, w_3, w_4 et w_6.

Exercice n°12

Pour chacune des suites, préciser si elle est arithmétique et, si oui, indiquer sa raison.

1. Pour tout entier naturel n : $u_n = 2(n-5) + 3n$.
2. Pour tout entier naturel n : $v_n = n^2 + n - 1$.
3. Pour tout entier naturel n : $w_n = -4 + 3n$.

Exercice n°13

Soit (t_n) la suite arithmétique de raison 2 et de premier terme : $t_0 = -1$.

1. Exprimer t_n pour tout entier naturel n.
2. Calculer t_{35} et t_{64}.

Exercice n°14

Soit (w_n) la suite arithmétique de raison 23 et de premier terme : $w_0 = 153$.

1. Exprimer w_n pour tout entier naturel n.
2. Calculer w_{20} et w_{30}.

Exercice n°15

Soit (z_n) la suite arithmétique de raison -4 et de premier terme $z_0 = 15$. Calculer z_{100} et z_{55}.

Exercice n°16

1. Calculer la somme des 500 premiers entiers non nuls : $\sum_{i=1}^{500} i$.
2. Calculer la somme des entiers de 35 à 150 : $\sum_{i=35}^{150} i$.

Exercice n°17

On considère la suite (u_n) arithmétique de raison 3 et de premier terme : $u_0 = 5$.

1. Exprimer u_n pour tout entier naturel n. En déduire u_{15}.
2. Calculer : $S = \sum_{i=0}^{15} u_i = u_0 + u_1 + \cdots + u_{15}$.

Exercice n°18

On considère la suite (v_n) arithmétique de raison -2 et de premier terme : $v_0 = 4$.

1. Exprimer v_n pour tout entier naturel n. En déduire v_{40}.
2. Calculer : $S = \sum_{i=0}^{40} v_i = v_0 + v_1 + \cdots + v_{40}$.

Exercice n°19

On considère la suite (u_n) arithmétique telle que : $u_3 = 5$ et $u_{14} = 39$.

1. Déterminer le nombre de termes entre u_3 et u_{14}.
2. Calculer : $S = \sum_{i=3}^{14} u_i$.

Exercice n°20

On considère la suite (v_n) arithmétique de raison 2 et de premier terme : $v_0 = -4$.

1. Exprimer v_n pour tout entier naturel n. En déduire v_{40}.
2. Calculer : $S = \sum_{i=0}^{40} v_i$.

Exercice n°21

Une personne qui n'a aucune pratique sportive décide au cours d'un mois de 30 jours de faire chaque jour 5 minutes de sport de plus que le jour précédent. On modélise cette situation par une suite (t_n) telle que $t_0 = 0$ et où t_n est le temps passé par cette personne à faire du sport le nième jour.

1. Déterminer t_1 et t_2.
2. Déterminer la nature de la suite (t_n).
3. Exprimer t_n en fonction de n.
4. Déterminer le temps passé à faire du sport le trentième jour.
5. Calculer $\sum_{k=1}^{30} t_k$ puis interpréter ce résultat.

Exercice n°22

Déterminer la moyenne géométrique de A et B dans chacun des cas suivants.

1. A = 1,5 et B = 2.
2. A = 1,06 et B = 0,98.
3. A = 1,5 et B = 3.

Exercice n°23

Soit la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $q = 1{,}2$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Donner l'expression de u_n.
3. Calculer u_{30}.

Exercice n°24

1. Soit (u_n) la suite géométrique de raison 2 et de premier terme : $u_0 = 3$. Calculer u_1, u_2, u_3, u_4 et u_6.
2. Soit (v_n) la suite géométrique de raison -1 et de premier terme : $v_0 = 5$. Calculer v_1, v_2, v_3, v_4 et v_6.
3. Soit (w_n) la suite géométrique de raison 12 et de premier terme : $w_0 = 1$. Calculer w_1, w_2, w_3, w_4 et w_7.

Exercice n°25

On donne les premiers termes u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5 d'une suite (u_n). Cette suite peut-elle être une suite géométrique ?

a. 1 ; 3 ; 6 ; 9 ; 12.

b. 1 ; 3 ; 9 ; 27 ; 81.

c. $2\,;\,-3\,;\,\dfrac{9}{2}\,;\,-\dfrac{27}{4}\,;\,\dfrac{81}{8}$.

d. 1 ; 8 ; 27 ; 64 ; 125.

Exercice n°26

1. La suite (u_n) est définie pour tout entier n par : $u_n = 3 \times 2^{n+1}$. Est-elle géométrique ? Si oui, préciser son premier terme et sa raison.
2. La suite (v_n) est définie pour tout entier n par :$v_n = 5^n$. Est-elle géométrique ? Si oui, préciser son premier terme et sa raison.
3. La suite (w_n) est définie pour tout entier n par :$w_n = \dfrac{1}{2^n}$. Est-elle géométrique ? Si oui, préciser son premier terme et sa raison.

Exercice n°27

Soit (t_n) la suite géométrique de raison 2 et de premier terme $t_0 = -1$.

a. Exprimer t_n pour tout entier naturel n.

b. Calculer t_{12} et t_{20}.

Exercice n°28

Soit (w_n) la suite géométrique de raison $\dfrac{2}{3}$ et de premier terme $w_0 = \dfrac{15}{3}$.

a. Exprimer w_n pour tout entier naturel n.

b. Calculer w_{10} et w_{15}.

Exercice n°29

Soit (z_n) la suite géométrique de raison -4 et de premier terme $z_0 = 5$. Calculer z_{10}.

Exercice n°30

Soit (u_n) la suite géométrique de raison 3 et de premier terme $u_0 = 5$.

a. Exprimer u_n pour tout entier naturel n. En déduire u_7.

b. Calculer $S = \sum_{i=0}^{7} u_i = u_0 + u_1 + \cdots + u_7$.

Exercice n°31

Soit (v_n) la suite géométrique de raison -1 et de premier terme $v_0 = 4$.

a. Exprimer v_n pour tout entier naturel n. En déduire v_{10}.

b. Calculer $S = \sum_{i=0}^{10} v_i = u_0 + u_1 + \cdots + v_{10}$.

Exercice n°32

Soit (u_n) la suite géométrique de raison 1,15 et de premier terme $u_3 = 5$.

a. Déterminer le nombre de termes entre u_3 et u_{14}.

b. Exprimer u_n pour tout entier naturel n. En déduire u_0.

c. Calculer $S = \sum_{i=3}^{14} u_i = u_3 + u_4 + \cdots + u_{14}$.

Exercice n°33

Le salaire annuel d'embauche d'un employé est de 20 000 €. Son contrat prévoit une augmentation annuelle de 2%.On note : $u_0 = 20\ 000$ et, pour tout $n \geq 1$, un le salaire annuel au bout de n années.

a. Déterminer u_1 et u_2.

b. Déterminer le lien entre u_{n+1} et u_n. Que peut-on en déduire pour la suite (u_n) ?

c. Exprimer u_n en fonction de n.

d. Si l'employé reste dans la même entreprise pendant 10 ans, déterminer son salaire annuel au bout de la dixième année.

Exercice n°34

Une entreprise place un capital de 10 000 à intérêts simples. Le montant des intérêts est calculé sur le capital initialement placé et le taux d'intérêt s'élève à 2 %. On note C_n le capital acquis au bout de n années. On a : $C_0 = 10\ 000$.

a. Calculer le montant des intérêts annuels.

b. Préciser C_1 et C_2.

c. Déterminer la nature de la suite (C_n).

d. Exprimer le terme général C_n en fonction de n.

e. Déterminer le montant du capital placé au bout de 10 ans.