Série d'exercices

Corrigés — Classe : Tle STMG — Lycée : Evariste Galois

Exercice n°1

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de passages à l'infirmerie dans un lycée dans une journée.

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,35	0,3	0,25	$\cdots$

1. Calculer le réel $p(X = 3)$.
2. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins deux passages à l'infirmerie dans la journée.

Exercice n°2

La loi de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée par le tableau suivant.

x_i	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	0,02	0,12	a	0,31	0,27

1. Calculer le réel a.
2. Calculer $P(X \geqslant 2)$ et $P(X > 0)$.

Exercice n°3

Le tableau suivant donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire X.

x_i	0	1	2
$p_i = P(X = x_i)$	p	$2p$	$3p$

Calculer p.

Exercice n°4

Une boulangerie industrielle utilise une machine pour fabriquer des pains devant peser normalement 500 g. On note X la variable aléatoire donnant les masses possibles des pains en grammes. On donne la loi de probabilité de X.

x_i	480	490	500	510	520
$P(X = x_i)$	0,08	0,29	0,41	0,12	0,1

a) Quelle est la probabilité qu'un pain pèse au moins 500 g ?

b) Seuls les pains pesant au moins 490 g vont être commercialisés.
Quelle est la probabilité qu'un pain soit commercialisé ?

Exercice n°5

Une variable aléatoire prend chacune des valeurs 0 ; 1 ; 2 avec les probabilités respectives 0,21 ; 0,16 et 0,63. Calculer $E(X)$.

Exercice n°6

Une variable aléatoire prend chacune des valeurs -2 ; 1 ; 2 avec les probabilités respectives $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{2}$.
Calculer $E(X)$.

Exercice n°7

Le tableau suivant donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire X.

x_i	-2	-1	0	1	2
p_i	0,1	0,25	0,4	0,2	0,05

1. Vérifier que ce tableau définit bien une loi de probabilité.
2. Calculer $P(X \geqslant 0)$ puis $P(X < 1)$.
3. Calculer $E(X)$.

Exercice n°8

Le nombre de clients passant à la caisse d'un supermarché en 10 min est une variable aléatoire X dont on donne la loi de probabilité ci-dessous.

x_i	0	1	2	3
p_i	0,2	0,3	0,4	0,1

Combien de clients, en moyenne, le caissier peut-il espérer faire passer en une heure ?

Exercice n°9

On donne la ci-dessous la loi de probabilité d'une variable aléatoire X qui représente le gain (positif ou négatif) associé à un jeu.

x_i	-4	-3	0	2	5
p_i	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$

Le jeu est il équitable ? Est-il favorable au joueur ou défavorable au joueur ?

Exercice n°10

On donne ci-dessous la loi de probabilité d'une variable aléatoire X.

x_i	-7	3	a
p_i	0,3	0,5	0,2

Calculer a sachant que $E(X) = 1,2$.

Exercice n°11

On considère un jeu de lancers d'une pièce de monnaie équilibrée. Une partie consiste à lancer successivement trois fois la pièce.
On note P la sortie de PILE et F la sortie de FACE.

1. Donner, à l'aide d'un arbre, la liste des huit issues possibles.
2. Chaque PILE obtenu fait gagner 2 € mais chaque FACE fait perdre 3 €. De plus, si les trois lancers de la partie donnent un résultat identique, le joueur reçoit en plus un bonus de 2 €.
   On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque partie, associe le gain réalisé.
   (a) Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X ?
   (b) Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance.
   (c) Quel bonus p faut-il donner au joueur pour que le jeu soit équitable ?

Exercice n°12

Une entreprise fabrique des objets. 5 % des objets présentent au moins le défaut A, 3 % des objets présentent au moins le défaut B et 94 % n'ont aucun des défauts A et B.

1. Compléter la répartition des objets par les pourcentages qui conviennent.

	A	$\overline{A}$	Total
B			
$\overline{B}$			
Total			100

2. On prélève un objet au hasard.
   (a) Calculer la probabilité que cet objet ne présente aucun défaut.
   (b) Calculer la probabilité que cet objet présente au moins un défaut.
3. La réparation du défaut A coûte 2 euros et celle du défaut B coûte 3 euros.
   On note X la variable aléatoire qui donne le coût de réparation par objet.
   (a) Quelles valeurs peut prendre X ?
   (b) Calculer $E(X)$.

Exercice n°13

Une revue est proposée en deux versions :
• une version papier ;
• une version numérique.
L'éditeur a chargé un centre d'appel de démarcher les personnes figurant sur une liste de lecteurs potentiels.
Le centre d'appel contacte au hasard une personne de cette liste :
• I : « La personne s'abonne à l'édition imprimée » ;
• N : « La personne s'abonne à l'édition numérique ».

Une étude a montré que la probabilité que la personne :
• s'abonne à l'édition imprimée est de 0,2 ;
• s'abonne à l'édition numérique est de 0,16 ;
• ne s'abonne à aucune des versions est de 0,72 ;

1. Compléter le tableau de probabilité suivant.

	I	$\overline{I}$	Total
N			
$\overline{N}$			
Total			

2. Pour chacune des personnes contactées, l'éditeur verse au centre d'appel :
   • 2 € si la personne ne s'abonne pas ;
   • 10 € si elle s'abonne à la seule édition numérique ;
   • 15 € si elle s'abonne à la seule édition imprimée ;
   • 20 € si elle s'abonne aux deux éditions.
   On note X la variable aléatoire qui indique la somme reçue par le centre d'appel pour une personne contactée.
   (a) Déterminer la loi de probabilité de X.
   (b) Donnez une estimation de la somme perçue par le centre d'appel s'il parvient à contacter 5 000 lecteurs potentiels.

Exercice n°14

Maria et Sara ont décidé d'offrir chacune un cadeau à une amie commune pour son anniversaire. Elles choisissent chacune indifféremment un livre, un disque ou un bijou.

1. (a) Écrire les 9 issues possibles en s'aidant d'un arbre.
   (b) On considère les trois événements suivants :
   • A : « Les deux ont offert un bijou » ;
   • B : « Personne n'a offert de livre » ;
   • C : « Au plus une des deux amies a offert de disque ».
   Calculer les probabilités de chacun des événements A, B et C.
2. On admet qu'un livre coûte 20 €, un CD coûte 10 € et un bijou coûte 15 €.
   On note S la variable aléatoire qui donne la somme totale en euros dépensée par les trois amies.
   (a) Déterminer les valeurs prises par S.
   (b) Dresser le tableau donnant la loi de probabilité de la variable aléatoire S.
   (c) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire S.

Exercice n°15

Sachant que X suit une loi binomiale de paramètres : $n = 3$ et $p = \frac{1}{3}$.

1. Calculer les probabilités :
   (a) $P(X = 0)$;
   (b) $P(X = 1)$;
   (c) $P(X = 2)$.
2. Calculer l'espérance $E(X)$ de la loi X.

Exercice n°16

On effectue, successivement et avec remise, deux tirages d'un jeton dans une urne contenant trois jetons verts et sept jetons rouges. Le succès est l'événement S : « Le jeton est vert. »

1. On pose X la variable aléatoire qui, à chaque prélèvement, associe le nombre de succès.
   (a) X suit une loi binomiale, déterminer ses paramètres n et p.
   (b) Donner l'ensemble des valeurs prises par X.
2. (a) Représenter la situation avec un arbre pondéré.
   (b) Calculer :
   $P(X=0)$, $P(X=1)$ et $P(X=2)$.
   (c) Calculer l'espérance $E(X)$ de cette loi.

Exercice n°17

On effectue, successivement et avec remise, deux tirages d'un jeton dans une urne contenant trois jetons verts et sept jetons rouges. Le succès est l'événement S : « Le jeton est vert. »

1. On pose X la variable aléatoire qui, à chaque prélèvement, associe le nombre de succès.
   (a) X suit une loi binomiale, déterminer ses paramètres n et p.
   (b) Donner l'ensemble des valeurs prises par X.
2. (a) Représenter la situation avec un arbre pondéré.
   (b) Calculer :
   $P(X=0)$, $P(X=1)$ et $P(X=2)$.
   (c) Calculer l'espérance $E(X)$ de cette loi.

Exercice n°18

On effectue, successivement et avec remise, deux tirages d'un jeton dans une urne contenant trois jetons verts et sept jetons rouges. Le succès est l'événement S : « Le jeton est vert ».

1. On pose X la variable aléatoire qui, à chaque prélèvement, associe le nombre de succès.
   (a) X suit une loi binomiale, déterminer ses paramètres n et p.
   (b) Donner l'ensemble des valeurs prises par X.
2. (a) Représenter la situation avec un arbre pondéré.
   (b) Calculer :
   $P(X=0)$, $P(X=1)$ et $P(X=2)$.
   (c) Calculer l'espérance $E(X)$ de cette loi.

Exercice n°19

On dispose d'un dé, bien équilibré, à six faces. Lors d'un lancer, on appelle succès l'événement « Le dé affiche le 6 » et échec les autres cas. On lance successivement et à deux reprises un tel dé.

1. Représenter l'arbre de probabilité.
2. Déterminer le nombre de chemins comportant :
   (a) Aucun succès ;
   (b) Un seul succès ;
   (c) Deux succès.
3. Compléter : $\binom{\cdots}{2}=1$; $\binom{\cdots}{1}=1$; $\binom{2}{1}=\cdots$.

Exercice n°20

Une machine fabrique en grande quantité des gants de protection. 95% des gants sont conformes. On prélève un gant au hasard dans la production journalière, puis on remet la pièce dans la production. On effectue un total de huit prélèvements d'un gant.Calculer la probabilité de l'événement : « Les huit pièces prélevées sont conformes ».

Exercice n°21

$\binom{9}{2}=36$; $\binom{9}{3}=84$; $\binom{9}{4}=126$; $\binom{9}{5}=126$.

1. En utilisant les valeurs précédentes, calculer :
   (a) $\binom{10}{3}$; (b) $\binom{10}{4}$; (c) $\binom{10}{5}$.
2. Quelle est la valeur de $\binom{9}{1}$? $\binom{10}{2}$?

Exercice n°22

On lance 5 fois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée. On note F la variable aléatoire qui, à chaque expérience ainsi définie, associe le nombre de « Face » obtenus.

1. F suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
2. Réaliser le triangle de Pascal jusqu'à $n=5$.
3. Calculer $P(F=3)$. Interpréter ce résultat.
4. Calculer la probabilité que le côté « Face » apparaisse au moins trois fois.

Exercice n°23

Le maire d'une ville a décidé de réaliser un référendum sur l'éventuel aménagement d'un parc. Les résultats sont les suivants : 63% pour et 37% contre. On prélève au hasard deux bulletins de vote. Le nombre de participants est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage au hasard et avec remise de deux bulletins de vote. On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de deux bulletins, associe le nombre de bulletins « Pour ».

1. Quelle est la loi suivie par X ? Déterminer ses paramètres.
2. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, on ait :
   (a) Aucun « Pour ».
   (b) Exactement un « Pour ».
3. Déduire de la question 2 la probabilité que, dans un tel prélèvement, on ait au plus un « Pour ».