

Série d'exercices

Corrigés

Classe : Tle Spé Maths

Lycée : Evariste Galois

Exercice n°1

Dans chacune des questions suivantes, quatre propositions de réponses sont faites, dont une seule est exacte. Laquelle ?

1. Ludwig a pris quarante-cinq photos de son voyage en Allemagne et veut en imprimer cinq pour les mettre dans un cadre. Le nombre de possibilités de cadres pouvant être obtenu est :

(a) 5^{45} (b) 45^5 (c) $\binom{45}{5}$ (d) A_{45}^5

2. D'une urne contenant cinquante boules numérotées de 1 et 50, on en extrait dix sans les remettre. On note les numéros ainsi obtenus sur un papier de sorte à avoir une suite. Le nombre de suites possibles est :

(a) 10^{50} (b) 50^{10} (c) $\binom{50}{10}$ (d) A_{50}^{10}

3. Dans le jeu télévisé « Des chiffres et des lettres », on demande huit fois aux candidats de choisir au hasard s'il veulent une voyelle ou une consonne.

(a) $26!$ (b) 26^8 (c) $\binom{26}{8}$ (d) A_{26}^8

4. Le nombre d'anagrammes du mot « STYLO » est :

(a) $5!$ (b) 5^5 (c) $\binom{26}{5}$ (d) A_{26}^5

Exercice n°2

Un imprimeur doit imprimer des calendriers pour une même société tous les ans. Afin de réduire ses coûts, il décide de créer tous les modèles possibles la même année.

1. Combien de pages différentes doit-il confectionner pour le mois de janvier ?
2. Combien de pages différentes doit-il confectionner pour le mois de février ?

Exercice n°3

Voici un programme Python qui permet de choisir au hasard les coordonnées d'un point dans le plan muni d'un repère :

```
from random import randint
x = randint(-10,10)
y = randint(-10,10)
```

Combien de coordonnées peut-on obtenir ?

Exercice n°4

Un *octet* est une suite de huit chiffres (appelés *bits*), chacun pris dans l'ensemble $\{0;1\}$, comme par exemple : 01101001. Combien y a-t-il d'octets différents ?

Exercice n°5

Un restaurant propose à sa carte un menu où il faut choisir une entrée, un plat et un dessert. Sont proposées trois entrées, six plats et 2 desserts. Combien de repas différents peut-on constituer ?

Exercice n°6

Un joueur dispose de cinq cartes prises parmi 52. On dit que c'est une *main* de cinq cartes.

1. Combien de mains existent-il ?
2. Combien de mains ayant exactement un Roi existent-il ?
3. Combien de mains ayant exactement 2 Piques existent-il ?
4. Combien de mains ayant exactement 2 Piques et 1 Cœur existent-il ?

Exercice n°7

Quatre garçons et trois filles doivent s'assoir en ligne sur sept chaises.

1. De combien de façons peuvent-ils s'assoir ?
2. Même question si les garçons et les filles doivent rester groupés.
3. Même question si les garçons et les filles doivent être disposés de façon alternée.

Exercice n°8

Chaque année, l'association des gens polis de Paris organise un congrès et comme chaque année, tous les participants doivent se serrer la main.

Cette année, il y a 50 participants.

Combien de poignées de mains vont être données ?

Exercice n°9

Sur une plateforme numérique interne d'une société, on impose aux salariés la composition de leur mot de passe : il faut que ce dernier comporte :

- une lettre non accentuée prise dans l'alphabet latin (comportant 26 lettres), en majuscules ou minuscules ;
- un symbole parmi : « \$ », « # », « & », « ? » et « ! » ;
- un chiffre compris entre 0 et 9 (inclus).

Le mot de passe est donc composé de trois caractères (comme : « Z#0 »).

Combien de mots de passe peuvent ainsi être créés ?

Exercice n°10

Un clavier comporte neuf touches : 1, 2, 3, 4, 5, 6, A, B et C.

Un *code* obtenu à l'aide de ce clavier est une suite d'une lettre et de trois chiffres.

1. Combien de codes différents peut-on former ?

- Combien y a-t-il de codes sans le chiffre « 1 » ?
- Combien y a-t-il de codes comportant au moins une fois le chiffre « 1 » ?
- Combien y a-t-il de codes comportant des chiffres distincts ?
- Combien y a-t-il de codes comportant au moins deux chiffres identiques ?

Exercice n°11

Un programme permet de générer un mot de 1 à 10 lettres en choisissant aléatoirement chacune des lettres dans un alphabet en comportant 26.

Déterminer un ordre de grandeur du nombre de mots possibles.

Exercice n°12

- Combien d'anagrammes y a-t-il au mot « ABYME » ?
- Combien d'anagrammes différentes y a-t-il au mot « NAPPE » ?
- Combien d'anagrammes différentes y a-t-il au mot « KAYAK » ?
- Combien d'anagrammes différentes y a-t-il au mot « UBUESQUE » ?

Exercice n°13

On estime à 10^{79} le nombre d'atomes dans l'Univers visible.

Combien de cartes différentes devrait avoir un jeu pour que le nombre de permutations possibles dépasse cette valeur ? *Conseil* : n'ayez pas peur de prendre des initiatives !

Exercice n°14

- De combien de façons peut-on partager 12 personnes en trois groupes, un groupe de 2 et deux groupes de 5 ?
- Même question avec trois groupes de 4 personnes.

Exercice n°15

Un QCM est composé de 20 questions. Chacune d'elles propose 4 réponses possibles, dont une seule est correcte.

Une élève répond au hasard à toutes les questions.

- Combien y a-t-il de façons de répondre à ce QCM ?
- Combien y a-t-il de possibilités où exactement 5 réponses sont correctes ?
- Combien y a-t-il de possibilités où au moins 10 réponses sont correctes ?
- Quelle est alors la probabilité d'avoir au moins 10 bonnes réponses en répondant au hasard à chacune des questions de ce QCM ?

Exercice n°16

- Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n et pour tous réels a et b ,

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}.$$

- Que renvoie la fonction suivante ?

```
def binome(n):
    c = []
    for k in range(n+1):
        if k == 0:
            c.append([1])
        else k == 1:
            c.append([1,1])
        else:
            ligne = []
            ligne.append(1)
            for i in range(1,k):
                ligne.append(c[k-1][i-1] + c[k-1][i])
            ligne.append(1)
            c.append(ligne)
    return c[-1]
```

- En rentrant $n = 8$ dans le programme précédent, la fonction renvoie :

[1, 8, 28, 56, 70, 56, 28, 8, 1]

Donnez alors le développement de $(1+x)^8$.

Exercice n°17

Marc et Sophie sont dans une équipe d'échecs composée de 15 personnes (dont elles).

Pour participer à un grand concours, un groupe de 6 personnes doit être formé.

- Combien de groupes différents peut-on former ?
- Combien de groupes contenant Marc et Sophie peut-on former ?
- Combien de groupes ne contenant que Marc ou que Sophie peut-on former ?

Exercice n°18

Lors d'un tournoi sportif, 12 équipes doivent affronter une fois les 11 autres.

Combien de matches doit-on organiser ?

Exercice n°19

- Combien y a-t-il de nombres entiers à 6 chiffres ?
- Combien de nombres entiers à 6 chiffres comportent des chiffres tous distincts ?
- Combien existe-t-il de nombres entiers à 6 chiffres dont les chiffres consécutifs sont de parité différente ?