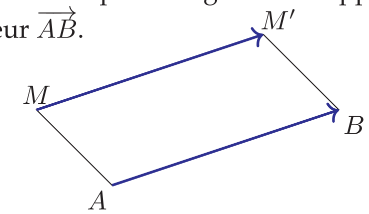
Vecteurs, droites et plans dans l'espace

L'essentiel : Tle Spé

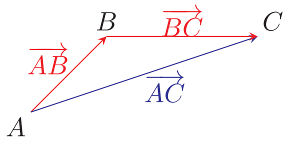
Vecteur dans l'espace

Soient A et B deux points de l'espace, la transformation qui à tout point M de l'espace associe l'unique point M' tel que $ABM'M$ soit un parallélogramme s'appelle la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.



Relation de Chasles

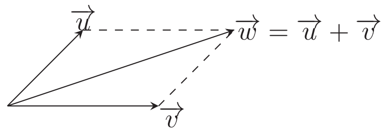
Comme dans un plan, si A, B et C sont trois points de l'espace alors on a : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.



Vecteurs coplanaires

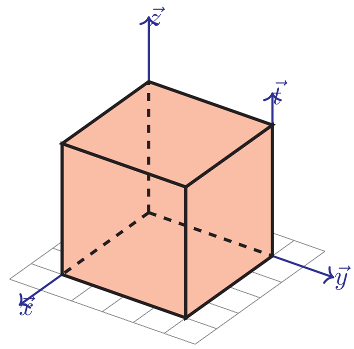
Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de l'espace.

- On dit que $\vec{w}$ est une **combinaison linéaire** de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ s'il existent deux réels λ et μ tels que : $\vec{w} = \lambda\vec{u} + \mu\vec{v}$.
- On dit aussi que les trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont **coplanaires.**



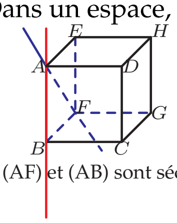
Vecteurs colinéaires

Deux vecteurs de l'espace sont dits **colinéaires** s'ils ont la même direction. Par exemple, $\vec{z}$ et $\vec{t}$ sont colinéaires.

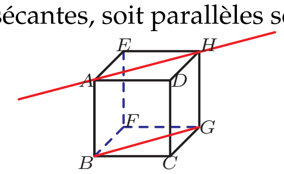


Positions relatives

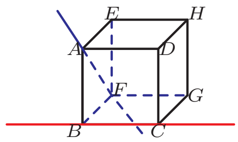
✧ Dans un espace, deux droites sont soit sécantes, soit parallèles soit non coplanaires.



① (AF) et (AB) sont sécantes

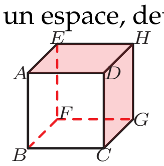


② (AH) et (BG) sont parallèles

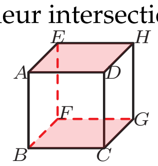


③ (AF) et (BC) sont non coplanaires

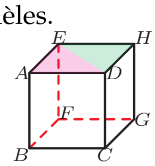
✧ Dans un espace, deux plans sont soit sécants (leur intersection est une droite), soit parallèles.



① (AEH) et (CDG) sont sécants

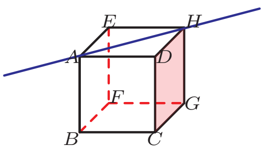


② (ADH) et (BFG) sont paralèlles

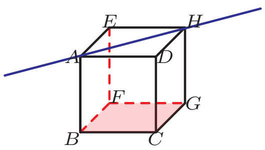


③ (ADE) et (EHD) sont confondus

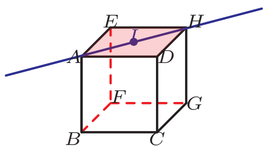
✧ Dans un espace, une droite et un plan de l'espace sont soit sécants, soit parallèles.



① (AH) et (CDG) sont sécants



② (AH) et (BCG) sont prallèles



③ (AH) est incluse dans (AEH)

Représentation paramétrique d'une droite dans un repère orthonormé de l'espace

Soit $\mathcal{D}$ la droite passant par le point A de coordonnées $(x_A\,;y_A\,;z_A)$ et de vecteur directeur $\vec{u}$ de coordonnées $(a\,;b\,;c)$.

$$M(x;y;z) \in \mathcal{D} \iff \text{Il exite un réel } t \text{ tel que } \overrightarrow{AM} = t\vec{u} \iff \begin{cases} x = x_A + at \\ y = y_A + bt \\ z = z_A + ct \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$