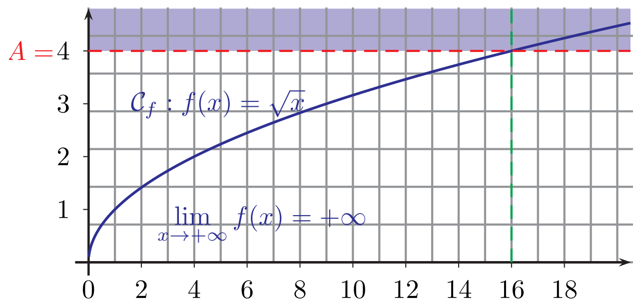
Limites

L'essentiel : Tle Spé

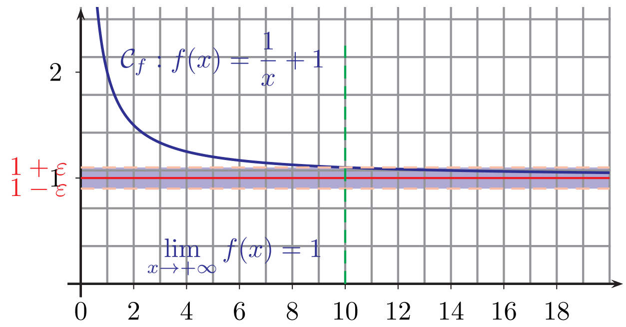
Limite infinie

Pour tout réel A, il existe un réel m tel que si $x > m$ alors $f(x) > A \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.



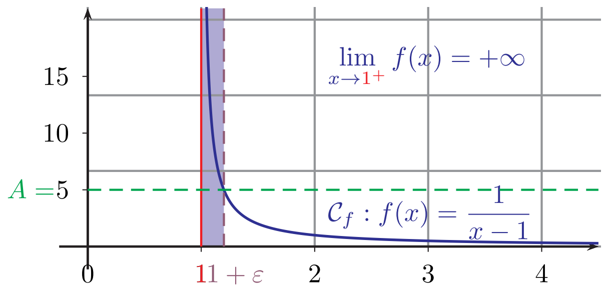
Limite finie en l'infini

Pour tout intervalle ouvert I contenant ℓ, il existe un réel m tel que si $x > m$ alors $f(x) \in I \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \ell$.



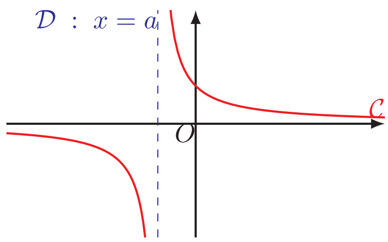
Limite infinie en un point

Pour tout réel A, il existe un intervalle ouvert I contenant b tel que si $x \in I \cap D_f$ alors $f(x) > A \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to b} f(x) = +\infty$.



Asymptote verticale

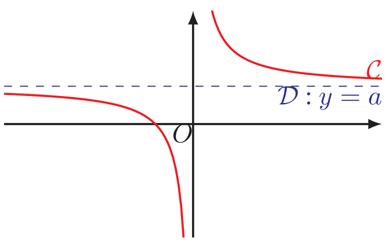
Soit a un réel. Si $\lim\limits_{x\to a} f(x) = +\infty$ (resp. $-\infty$) alors la courbe représentative $\mathcal{C}$ de f se rapproche de la droite d'équation $x = a$.



$\mathcal{D}$ est ainsi une asymptote verticale de $\mathcal{C}$ en a.

Asymptote horizontale

Soit a un réel. Si $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = a$ (resp. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = a$) alors la courbe représentative $\mathcal{C}$ de f se rapproche de la droite d'équation $y = a$ en $-\infty$ (resp. $+\infty$).



$\mathcal{D}$ est ainsi une asymptote horizontale de $\mathcal{C}$ en $-\infty$ et en $+\infty$.

Limites des fonctions usuelles

Soit n un entier naturel non nul.

- $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} x^n = +\infty$.
- $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$.
- $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$.
- $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} \frac{1}{\sqrt{x}} = \lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} \frac{1}{x^n} = +\infty$.
- $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n = \begin{cases} +\infty & \text{pour } n \text{ pair} \\ -\infty & \text{pour } n \text{ impair} \end{cases}$.
- $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}} \frac{1}{x^n} = \begin{cases} +\infty \text{ pour } n \text{ pair} \\ -\infty \text{ pour } n \text{ impair} \end{cases}$.

Opérations sur les limites

On note ℓ la limite de la fonction f et ℓ' la limite de la fonction g.

- Limite d'une somme

$\lim f$	$\lim g$	$\lim(f+g)$
ℓ	ℓ'	$\ell+\ell'$
ℓ	∞	∞
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$+\infty$	$-\infty$	F.I.

- Limite d'un produit

$\lim f$	$\lim g$	$\lim fg$
ℓ	ℓ'	$\ell\ell'$
$\ell\neq0$	∞	∞
∞	∞	∞
0	∞	F.I.

- Limite d'un quotient

$\lim f$	$\lim g$	$\lim \frac{f}{g}$
ℓ	$\ell'\neq0$	ℓ/ℓ'
$\ell\neq0$	0	∞
ℓ	∞	0
0	0	F.I.
∞	∞	F.I.