

BAC BLANC

Février 2026

Épreuve de : Mathématiques-Spécialité

Lycée Évariste Galois
Durée de l'épreuve 4 h 00

Ce sujet comporte **quatre exercices** sur 4 pages numérotées de 1 à 4.
Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'usage de la calculatrice, en mode examen actif ou sans mémoire « type collègue », est autorisé.

Exercice 1

5 points/20

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

$(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est un repère orthonormé de l'espace. On considère la droite (d) qui a pour représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R},$$

et les points $A(-2; 3; 1)$, $B(1; 2; -4)$, $C(6; 3; 9)$, $D(3; 4; -6)$ et $E(6; 5; -5)$.

1 pt **1 Méthode 1 :** Soit $\mathcal{P}$ un plan contenant les points A, B et C.

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$ sont deux vecteurs du plan $\mathcal{P}$.

De plus, $\frac{8}{3} \neq \frac{0}{-1}$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont non colinéaires. Ils forment donc une base du plan $\mathcal{P}$.

En conséquence, l'**affirmation 1** est vraie, autrement dit, les points A, B et C suffisent à définir (ou à engendrer) le plan (ABC).

Méthode 2 : Soit $\mathcal{P}$ un plan contenant les points A, B et C.

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$ sont deux vecteurs du plan $\mathcal{P}$.

Les deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires si et seulement si il existe un réel t tel que $\overrightarrow{AB} = t\overrightarrow{AC}$, soit,

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 8t \\ -1 = 0t \\ -5 = 8t. \end{cases}$$

Impossible! Car, $-1 \neq 0$. Ainsi, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont non colinéaires, ils forment donc une base du plan (ABC).

En conséquence, l'**affirmation 1** est vraie, autrement dit, les points A, B et C suffisent à définir (ou à engendrer)

le plan (ABC).

1 pt **2** On a : $\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix}$.

D'après la question précédente, les deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont non colinéaires. Dès lors, les vecteurs $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires si et seulement si il existe deux réels α et β tels que $\overrightarrow{AD} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC}$, soit,

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Réolvons alors le système suivant :

$$\begin{cases} 5 = 3\alpha + 8\beta & L_1 \\ 1 = -\alpha + 0\beta & L_2 \\ -7 = -5\alpha + 8\beta & L_3 \end{cases}$$

La ligne L_2 entraîne $\alpha = -1$.

Par substitution dans la ligne L_1 , on obtient : $5 = -3 + 8\beta$, soit $\beta = 1$.

Et par substitution dans la ligne L_3 , on obtient : $-7 = 5 + 8\beta$, soit $\beta = -\frac{12}{8} = -\frac{3}{2}$. Impossible!

En conséquence, les vecteurs $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont non coplanaires.

L'**affirmation 2** est donc fausse, les points A, B et C et D ne sont pas coplanaires.

1 pt **3** $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (d).

On considère le vecteur $\vec{u}' \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}$. On a $\vec{u}' = -3\vec{u}$ donc $\vec{u}$ et $\vec{u}'$ sont colinéaires.

$\vec{u}'$ est alors un vecteur directeur de (d) et de (d') car $(d) \parallel (d')$. Ce qui est cohérent avec la représentation paramétrique proposée.

Soit I le milieu de [AC]. Les coordonnées de I sont données par la formule :

$$I\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}; \frac{z_A + z_C}{2}\right)$$
$$I\left(\frac{-2+6}{2}; \frac{3+3}{2}; \frac{1+9}{2}\right).$$

Soit, $I(2;3;5)$. En remplaçant x , y et z par les coordonnées de I dans la représentation paramétrique proposée, on obtient :

$$\begin{cases} 2 = 9t - 1 \\ 3 = -6t + 5 \\ 5 = 3t + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 9t \\ -2 = -6t \\ 1 = 3t. \end{cases}$$

Ce qui implique que $t = \frac{1}{3}$. Le système admet une solution donc $I \in (d')$.

En conséquence, l'**affirmation 3** est vraie. En effet, La droite (d') parallèle à (d) passant par le milieu de [AC] admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 9t - 1 \\ y = -6t + 5 \\ z = 3t + 4 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

1 pt **4** La droite (d) est sécante avec la droite (Δ) qui a pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = -4 + 2t' \\ y = 1 - 3t' \\ z = 2 + t' \end{cases} \quad t' \in \mathbb{R}$$

si et seulement si le système d'équations suivant admet une unique solution :

$$\begin{cases} 2-3t = -4+2t' \\ 1+2t = 1-3t' \\ -2-t = 2+t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = 2t' + 3t \\ 0 = 2t + 3t' \\ -4 = t + t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = 2t' + 3t & L_1 \\ t' = -\frac{2}{3}t & L_2 \\ -4 = t + t' & L_3 \end{cases}$$

Par substitution dans la ligne L_3 , on obtient : $t - \frac{2}{3}t = -4$, soit $t = -12$.

Par substitution dans la ligne L_1 , on obtient : $-\frac{4}{3}t + 3t = \frac{5}{3}t = 6$, soit $t = \frac{18}{5}$. Impossible!

Le Système n'admet pas de solution, donc l'**affirmation 4** est fausse.

1 pt **5** On a, d'une part,

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2} \\ &= \sqrt{(1 - (-2))^2 + (2 - 3)^2 + (-4 - 1)^2} \\ &= \sqrt{9 + 1 + 25} \\ &= \sqrt{35}. \end{aligned}$$

Et, d'autre part,

$$\begin{aligned} EB &= \sqrt{(x_B - x_E)^2 + (y_B - y_E)^2 + (z_B - z_E)^2} \\ &= \sqrt{(1 - 6)^2 + (2 - 5)^2 + (-4 - (-5))^2} \\ &= \sqrt{25 + 9 + 1} \\ &= \sqrt{35}. \end{aligned}$$

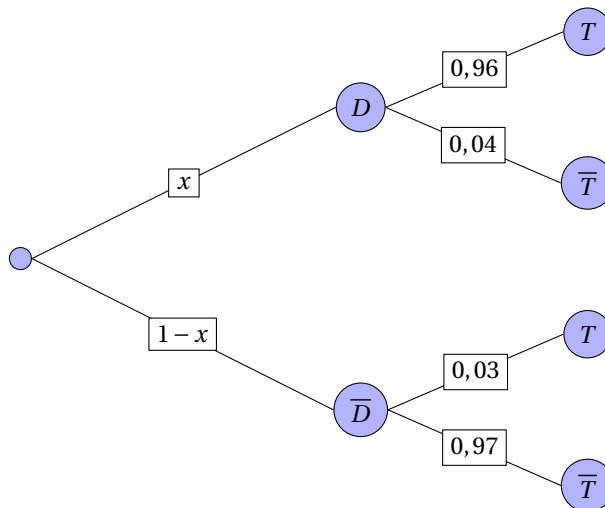
Ainsi, $EB = AB$. En conséquence, l'**affirmation 5** est vraie. Autrement dit, le triangle ABE est isocèle en B.

Exercice 2

5 points/20

Partie A

0,5 pt **1** Ci-après l'arbre de probabilité complété :



0,5 pt **2** Par définition, on a : $P(D \cap T) = P(D) \times P_D(T) = x \times 0,96 = 0,96x$.

0,5 pt **3** Les événements D et $\bar{D}$ forment une partition de l'univers. Ainsi, d'après la formule des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(D \cap T) + P(\bar{D} \cap T) \\ &= P(D) \times P_D(T) + P(\bar{D}) \times P_{\bar{D}}(T) \\ &= 0,96x + (1-x) \times 0,03 \\ &= 0,96x + 0,03 - 0,03x \\ &= 0,93x + 0,03. \end{aligned}$$

0,5 pt **4** (a) Par définition de la probabilité conditionnelle, on a : $P_T(D) = \frac{P(D \cap T)}{P(T)}$.

D'après les questions précédentes, on obtient par simple substitution : $P_T(D) = \frac{0,96x}{0,93x + 0,03}$.

0,5 pt (b) Dans le cas où les tests révèlent que 50 sportifs sont dopés sur les 1 000, on obtient : $x = \frac{50}{1000} = 0,05$.

Ainsi, $P_T(D) = \frac{0,96 \times 0,05}{0,93 \times 0,05 + 0,03} = \frac{32}{51} \approx 0,627$, soit environ 0,63 à 10^{-2} près.

0,5 pt **5** Résolvant l'inéquation $P_T(D) \geq 0,9$.

$$\frac{0,96x}{0,93x + 0,03} \geq 0,9 \iff 0,96x \geq 0,9(0,93x + 0,03) \quad \text{car } 0,93x + 0,03 > 0 \text{ pour tout } x \in [0; 1]$$

$$\iff (0,96 - 0,9 \times 0,93)x \geq 0,9 \times 0,03$$

$$\iff 0,123x \geq 0,027$$

$$\iff x \geq \frac{27}{123}$$

$$\iff x \geq \frac{9}{41}.$$

Par conséquent, la valeur prédictive positive du test est supérieure ou égale à 0,9 lorsque $x \geq \frac{9}{41}$, soit pour tout x supérieure à 0,22 au centième près.

Partie B

0,5 pt **1** (a) L'expérience consistant à déterminer si le test est positif est une épreuve de Bernoulli de paramètre 0,103. Le tirage avec remise est assimilé à une répétition de façon indépendante et identique de l'épreuve de Bernoulli.

La variable aléatoire donnant le nombre d'athlètes présentant un test positif suit une loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,103$.

0,5 pt (b) On sait que $X \sim \mathcal{B}(5; 0,103)$. Ainsi, $E(X) = n \times p = 5 \times 0,103 = 0,515$.

Ce résultat signifie qu'en moyenne, environ un test sur 10 est positif.

0,25 pt (c) La probabilité qu'au moins 2 athlètes présentent un test positif est égale à :

$$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= 1 - P(\overline{X \geq 2}) \\ &= 1 - P(X < 2) \\ &= 1 - P(X \leq 1) \\ &\approx 0,09 \text{ à } 10^{-2} \text{ près.} \end{aligned}$$

0,75 pt **2** Soient n le nombre d'athlètes contrôlés et Y la variable aléatoire donnant le nombre d'athlètes présentant un test positif. On a donc $Y \sim \mathcal{B}(n; 0,103)$. Dès lors, la probabilité qu'au moins un athlète est testé positif est donnée par :

$$\begin{aligned} P(Y \geq 1) &= 1 - P(\overline{Y \geq 1}) \\ &= 1 - P(Y < 1) \\ &= 1 - P(Y = 0) \\ &= 1 - \binom{n}{0} \times 0,103^0 \times (1 - 0,103)^n \\ &= 1 - 0,897^n \quad \text{car } \binom{n}{0} = 1. \end{aligned}$$

Dès lors, $P(Y \geq 1) \geq 0,75$ revient à dire que $1 - 0,897^n \geq 0,75$ soit $0,897^n \leq 0,25$.

Par ailleurs, la fonction $\ln$ est croissante donc $\ln(0,897^n) \leq \ln(0,25)$ soit $n \ln(0,897) \leq \ln(0,25)$.

En conséquence, $n \geq \frac{\ln(0,25)}{\ln(0,897)}$ car $\ln(0,897) < 0$.

En conséquence, il faudra contrôler 13 athlètes, car $\frac{\ln(0,25)}{\ln(0,897)} \approx 12,7$.

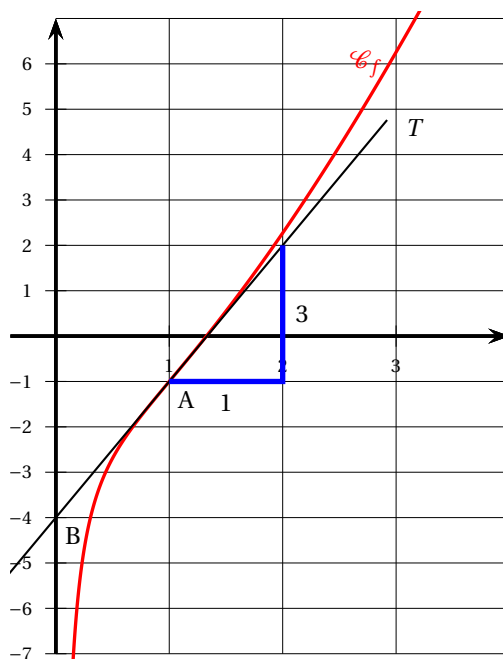
Le but de cet exercice est d'étudier la fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x \ln(x^2) - \frac{1}{x}.$$

Partie A : lectures graphiques

On a tracé ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f , ainsi que la droite (T) , tangente à la courbe ($\mathcal{C}_f$ au point A de coordonnées $(1; -1)$).

Cette tangente passe également par le point B $(0; -4)$.



0,5 pt **1** $f'(1)$ est le coefficient directeur de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1. Ainsi,

$$f'(1) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-4 - (-1)}{0 - 1} = 3.$$

Par ailleurs, l'ordonnée à l'origine est égale à -4 . En conséquence l'équation réduite de la tangente (T) est donnée par :

$$y = 3x - 4.$$

0,5 pt **2** Le point A semble représenter un point d'inflexion de la courbe $\mathcal{C}_f$. En effet,

- ◇ La tangente (T) est au-dessus de la courbe $\mathcal{C}_f$ sur $]0; 1[$, donc f semble être concave sur cet intervalle.
- ◇ La tangente (T) est en dessous de la courbe $\mathcal{C}_f$ sur $]1; +\infty[$, donc f semble être convexe sur cet intervalle.

Partie B : étude analytique

0,75 pt **1** On sait que : $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x^2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \ln(x) = +\infty \end{cases}$ donc, par produit, $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln(x^2) = +\infty$.

De plus, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$ ainsi, par somme de limites, on obtient : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Par ailleurs, on sait que : $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0 \text{ par croissance comparée} \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty \end{cases}$ ainsi, par somme et produit de limites,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(2x \ln x - \frac{1}{x} \right) = -\infty.$$

Or, $f(x) = 2x \ln x - \frac{1}{x}$, donc $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$.

2 f est dérivable sur $]0; +\infty[$, comme somme, produit et composée de fonctions dérivables sur $]0; +\infty[$.

0,5 pt (a) Posons : $u(x) = x$ et $v(x) = \ln(x^2) = 2\ln(x)$. Ainsi, $u'(x) = 1$ et $v'(x) = \frac{2}{x}$.

Dès lors, pour tout $x \in]0; +\infty[$,

$$\begin{aligned} f'(x) &= u'(x)v(x) + u(x)v'(x) - \left(\frac{1}{x}\right)' \\ f'(x) &= u'(x)v(x) + u(x)v'(x) + \frac{1}{x^2} \\ &= \ln(x^2) + x \times \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \\ &= 2\ln(x) + 2 + \frac{1}{x^2}. \end{aligned}$$

0,5 pt (b) La fonction f' est dérivable sur $]0; +\infty[$ comme somme de fonctions dérivables sur $]0; +\infty[$. Ainsi,

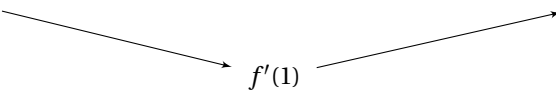
$$\begin{aligned} f''(x) &= \frac{2}{x} - \frac{2x}{x^4} \\ &= \frac{2}{x} - \frac{2}{x^3} \\ &= \frac{2x^2 - 2}{x^3} \\ &= \frac{2(x^2 - 1)}{x^3} \\ &= \frac{2(x+1)(x-1)}{x^3}. \end{aligned}$$

0,5 pt 3 (a) Pour tout $x \in]0; +\infty[$, $x^3 > 0$ et $x+1 > 1 > 0$, donc le signe de $f''(x)$ est le même que celui de $x-1$.
On déduit alors le tableau de convexité suivant :

x	0	1	$+\infty$
$x-1$		-	+
$f''(x)$		-	+
Convexité de f		concave	convexe

La dérivée seconde s'annule en changeant de signe en $x=1$, donc le point $A(1; -1)$ est le point d'inflexion de $\mathcal{C}_f$.

0,25 pt (b) Le signe de $f''(x)$ permet de déduire les variations de f' . Ainsi,

x	0	1	$+\infty$
$f''(x)$		-	+
variations de f'			

0,25 pt (c) $f'(1) = 3$ est la valeur minimale atteinte par la fonction f' sur $]0; +\infty[$, donc $f'(x) > 0$ sur cet intervalle.

0,25 pt 4 De la question précédente, on peut déduire le tableau de variations de f .

x	0	$+\infty$
$f'(x)$		+
variations de f		

0,5 pt **5** (a) On sait que :

- ◇ f est continue et strictement croissante sur $]0; +\infty[$.
- ◇ De plus, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty < 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty > 0$.

Ainsi, selon le théorème des valeurs intermédiaires (le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires ou bien le théorème de bijection) l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution. Autrement dit, il existe un nombre unique $\alpha \in]0; +\infty[$ tel que $f(\alpha) = 0$.

0,5 pt (b) $\rightsquigarrow$ En utilisant la méthode par balayage avec la calculatrice on obtient : $\alpha \approx 1,33$ au centième près.

En effet, à l'unité près on a : $f(1) = -1 < 0$ et $f(2) \approx 2,27 > 0$ ce qui implique que $1 < \alpha < 2$.

Au dixième près on a : $f(1,3) \approx -0,09 < 0$ et $f(1,4) \approx 0,23 > 0$ donc $1,3 < \alpha < 1,4$.

Au centième près on a : $f(1,32) \approx -0,02 < 0$ et $f(1,33) \approx 0,007 > 0$ donc $1,32 < \alpha < 1,33$.

Au millièmè près on a : $f(1,327) \approx -0,003 < 0$ et $f(1,328) \approx 0,0004 > 0$ donc $1,327 < \alpha < 1,328$. (0,25 pt)

$\rightsquigarrow$ On sait que α est solution de $f(x) = 0$, donc $\alpha \ln(\alpha^2) - \frac{1}{\alpha} = 0$. soit $\ln(\alpha^2) = \frac{1}{\alpha^2}$.

Or, $\exp(\ln(x)) = x$ donc $\exp(\ln(\alpha^2)) = \alpha^2 = \exp\left(\frac{1}{\alpha^2}\right)$. D'où le résultat. (0,25 pt)

Exercice 4

5 points/20

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 1]$ par

$$f(x) = 2xe^{-x}.$$

f est dérivable sur $[0; 1]$, comme composée et produit de fonctions bien définies, continues et dérivables sur $\mathbb{R}$ (la fonction linéaire $x \rightarrow 2x$ et la fonction composée $x \rightarrow e^{-x}$).

0,75 pt **1** (a) Pour tout $x \in [0; 1]$, on a :

$$\begin{aligned}
 f(x) = x &\iff 2xe^{-x} = x \\
 &\iff 2xe^{-x} - x = 0 \\
 &\iff x(2e^{-x} - 1) = 0 \\
 &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad 2e^{-x} - 1 = 0 \\
 &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad 2e^{-x} = 1 \\
 &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad e^{-x} = \frac{1}{2} \\
 &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad -x = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \text{ car, } \ln(e^{-x}) = -x \\
 &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad -x = \ln(1) - \ln(2) \text{ car, } \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b) \\
 &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \ln(2).
 \end{aligned}$$

Ainsi, 0 et $\ln(2)$ sont les deux solutions de cette équation.

Attention! À vérifier que 0 et $\ln(2)$ appartiennent à l'intervalle $[0; 1]$.

0,5 pt (b) Posons : $a(x) = -x$, $v(x) = e^{a(x)}$ et $u(x) = 2x$. Ainsi, $a'(x) = -1$, $u'(x) = 2$ et $v'(x) = a'(x)e^{a(x)} = -e^{-x}$.

Dès lors, pour tout $x \in [0; 1]$,

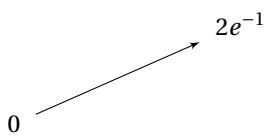
$$\begin{aligned}
 f'(x) &= u'(x)v(x) + u(x)v'(x) \\
 &= 2 \times e^{-x} + 2x \times (-e^{-x}) \\
 &= (2 - 2x)e^{-x} \\
 &= 2(1 - x)e^{-x}.
 \end{aligned}$$

D'où le résultat.

0,5 pt (c) Pour tout $x \in [0; 1]$, $2e^{-x} > 0$. Ainsi, le signe de $f'(x)$ est le même que celui de $1 - x$.

Par ailleurs, $f(0) = 2 \times 0 \times e^{-0} = 0$ et $f(1) = 2 \times 1 \times e^{-1} = 2e^{-1}$.

On déduit alors le tableau de variations de la fonction f .

x	0	1
signe de $(1 - x)$	+	0
signe de $f'(x)$	+	0
variations de f		

0,75 pt 2 (a) Pour tout entier naturel n , on considère la proposition $\mathcal{P}(n) : 0 \leq u_n < u_{n+1} \leq 1$.

Initialisation : On a : $u_1 = f(u_0) = f(0, 1) = 2 \times 0,1e^{-0,1} \approx 0,18$.

Ainsi, pour $n = 0$, $0 \leq u_0 < u_1 \leq 1$. Autrement dit, $\mathcal{P}(0)$ est vraie.

Hérédité : Soit n un entier naturel, supposons que $\mathcal{P}(n)$ est vraie pour un certain n et montrons que $\mathcal{P}(n+1)$ est vérifiée.

Par hypothèse de récurrence, on a : $0 \leq u_n < u_{n+1} \leq 1$.

De plus, f est strictement croissante sur $[0; 1]$, donc $f(0) \leq f(u_n) < f(u_{n+1}) \leq f(1)$.

Par ailleurs $f(0) = 0$, $f(1) = 2e^{-1} = \frac{2}{e} < 1$, ainsi $0 \leq u_{n+1} < u_{n+2} \leq 1$.

L'hérédité est alors vérifiée.

Conclusion : D'après le principe de récurrence, on déduit que, pour tout entier naturel n :

$$0 \leq u_n < u_{n+1} \leq 1.$$

0,5 pt (b) D'après la question précédente la suite (u_n) est strictement croissante et majorée par 1. Donc, d'après le théorème de convergence monotone, la suite (u_n) converge, vers une limite ℓ tel que $0 \leq \ell \leq 1$.

0,75 pt 3 On sait que (u_n) définie par la relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ est une suite convergente, de plus f est continue sur $[0; 1]$. Ainsi, d'après le théorème « du point fixe », la limite ℓ est une solution de l'équation $f(x) = x$. Autrement dit, $2\ell e^\ell = \ell$.

En utilisant la question 1. a., on déduit que $\ell = 0$ ou $\ell = \ln(2)$.

Par ailleurs, la suite (u_n) est croissante, donc $\ell = \ln(2)$.

0,25 pt 4 (a) La suite (u_n) est croissante et converge vers $\ln(2)$, elle est donc majorée par $\ln(2)$.

Ainsi, pour tout entier naturel n , on a bel et bien : $\ln(2) - u_n \geq 0$.

0,5 pt (b) Ci-après le programme complété.

```
def f(x) :
    return (2*x*exp(-1*x))

def seuil() :
    n = 0
    u = 0.1
    while log(2) - u >= 0.0001 :
        n=n+1
        u=2*u*exp(-u)
    return (u, n)
```

OU

```
def f(x) :
    return (2*x*exp(-1*x))

def seuil() :
    n = 0
    u = 0.1
    while log(2) - u >= 0.0001 :
        n=n+1
        u=f(u)
    return (u, n)
```

0,5 pt (c) En utilisant la calculatrice, on obtient : $n = 11$.

