

BAC BLANC

Février 2026

Épreuve de :
Mathématiques-Spécialité

Lycée Évariste Galois
Durée de l'épreuve 4 h 00

Ce sujet comporte **quatre exercices** sur 4 pages numérotées de 1 à 4.
Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'usage de la calculatrice, en mode examen actif ou sans mémoire « type collège », est autorisé.

Exercice 1

5 points/20

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

$(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est un repère orthonormé de l'espace. On considère la droite (d) qui a pour représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R},$$

et les points $A(-2; 3; 1)$, $B(1; 2; -4)$, $C(6; 3; 9)$, $D(3; 4; -6)$ et $E(6; 5; -5)$.

1 Affirmation 1 : Les points A, B et C définissent le plan (ABC).

2 Affirmation 2 : Les points A, B et C et D sont coplanaires.

3 Affirmation 3 : La droite (d') parallèle à (d) passant par le milieu de [AC] admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 9t - 1 \\ y = -6t + 5 \\ z = 3t + 4 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

4 Affirmation 4 : La droite (d) est sécante avec la droite (Δ) qui a pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = -4 + 2t' \\ y = 1 - 3t' \\ z = 2 + t' \end{cases} \quad t' \in \mathbb{R}.$$

5 Affirmation 5 : Le triangle ABE est isocèle en B.

Partie A

La lutte contre le dopage passe notamment par la réalisation de contrôles antidopage qui visent à déterminer si un sportif a fait usage de substances interdites.

Lors d'une compétition rassemblant 1 000 sportifs, une équipe médicale teste tous les concurrents. On propose d'étudier la fiabilité de ce test.

On appelle x le réel compris entre 0 et 1 qui désigne la proportion de sportifs dopés.

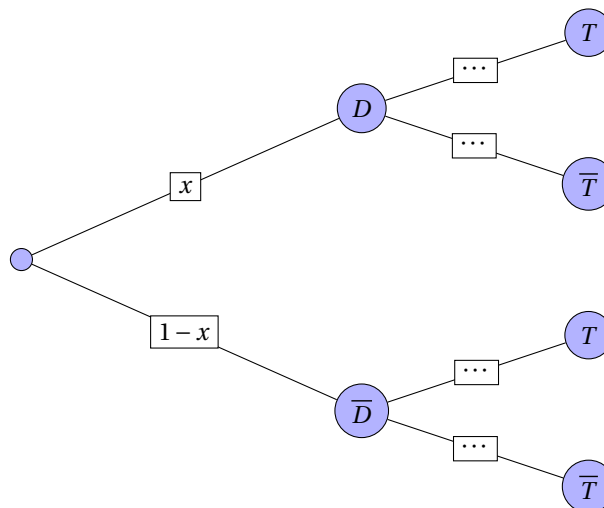
Lors de l'élaboration de ce test, on a pu déterminer que :

- la probabilité qu'un sportif soit déclaré positif sachant qu'il est dopé est égale à 0,96;
- la probabilité qu'un sportif soit déclaré positif sachant qu'il n'est pas dopé est égale à 0,03.

On note :

- D l'évènement : « le sportif est dopé ».
- T l'évènement : « le test est positif ».

1 Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



- 2 Déterminer, en fonction de x , la probabilité qu'un sportif soit dopé et ait un test positif.
- 3 Démontrer que la probabilité de l'évènement T est égale à $0,93x + 0,03$.
- 4 (a) Déterminer, en fonction de x , la probabilité qu'un sportif soit dopé sachant que son test est positif.
 (b) Calculer cette probabilité dans le cas où 50 sportifs parmi les 1 000 testés, sont dopés. *Arrondir le résultat au centième près.*
- 5 On appelle valeur prédictive positive d'un test la probabilité que le sportif soit réellement dopé lorsque le résultat du test est positif.
 Déterminer, au centième près, quelle doit être la proportion de sportifs dopés pour que la valeur prédictive positive du test soit supérieure ou égale à 0,9

Partie B

Dans cette partie, on admet que la probabilité qu'un athlète contrôlé présente un test positif est 0,103.

- 1 Dans cette question, on suppose que les organisateurs décident de contrôler 5 athlètes au hasard parmi les athlètes de cette compétition. On note X la variable aléatoire égale au nombre d'athlètes présentant un test positif parmi les 5 athlètes contrôlés. On assimile la situation à un tirage avec remise.
- (a) Donner la loi suivie par la variable aléatoire X . Préciser ses paramètres.
- (b) Calculer l'espérance $E(X)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
- (c) Quelle est la probabilité qu'au moins 2 athlètes contrôlés présentent un test positif? *Arrondir le résultat au centième près.*
- 2 Combien d'athlètes faut-il contrôler au minimum pour que la probabilité de l'évènement « au moins un athlète contrôlé présente un test positif » soit supérieure ou égale à 0,75? Justifier en résolvant une inéquation.

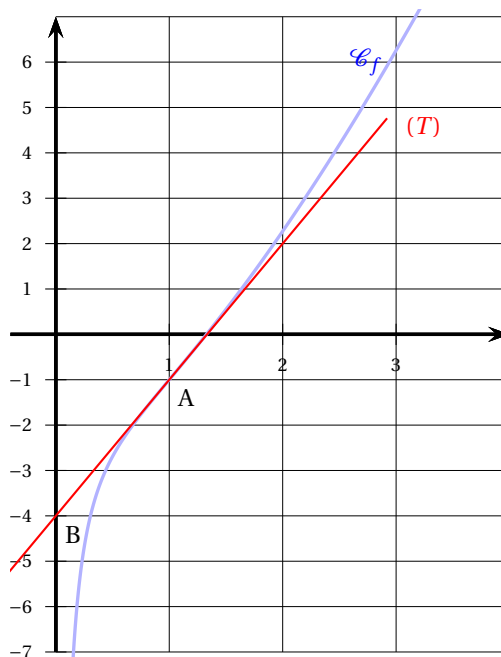
Le but de cet exercice est d'étudier la fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x \ln(x^2) - \frac{1}{x}.$$

Partie A : lectures graphiques

On a tracé ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f , ainsi que la droite (T) , tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A de coordonnées $(1; -1)$.

Cette tangente passe également par le point B $(0; -4)$.



- 1 Lire graphiquement $f'(1)$ et donner l'équation réduite de la tangente (T) .
- 2 Donner les intervalles sur lesquels la fonction f semble convexe ou concave.
Que semble représenter le point A pour la courbe $\mathcal{C}_f$?

Partie B : étude analytique

- 1 Déterminer, en justifiant, la limite de f en $+\infty$, puis sa limite en 0.
- 2 On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
 - (a) Déterminer $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $]0; +\infty[$.
 - (b) Montrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $]0; +\infty[$,

$$f''(x) = \frac{2(x+1)(x-1)}{x^3}.$$

- 3
 - (a) Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
 - (b) Étudier les variations de la fonction f' sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
 - (c) En déduire que $f'(x) > 0$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0; +\infty[$.
- 4 Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
- 5
 - (a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
 - (b) Donner la valeur arrondie au centième de α et montrer que α vérifie :

$$\alpha^2 = \exp\left(\frac{1}{\alpha^2}\right).$$

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 1]$ par

$$f(x) = 2xe^{-x}.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0; 1]$.

- 1 (a) Résoudre sur l'intervalle $[0; 1]$ l'équation $f(x) = x$.
 (b) Démontrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0; 1]$,

$$f'(x) = 2(1 - x)e^{-x}.$$

- (c) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 1]$.

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0,1$ et pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = f(u_n).$$

- 2 (a) Démontrer par récurrence que, pour tout n entier naturel,

$$0 \leq u_n < u_{n+1} \leq 1.$$

- (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.

- 3 Démontrer que la limite de la suite (u_n) est $\ln(2)$.

- 4 (a) Justifier que pour tout entier naturel n , $\ln(2) - u_n$ est positif.
 (b) On souhaite écrire un script Python qui renvoie une valeur approchée de $\ln(2)$ avec une précision strictement inférieure à 10^{-4} près, ainsi que le nombre d'étapes pour y parvenir.

Recopier et compléter le script ci-dessous afin qu'il réponde au problème posé.

On rappelle qu'en langage python la fonction `log(x)` donne le logarithme népérien du réel x .

```
def f(x) :
    return (2*x*exp(-1*x))

def seuil() :
    n = 0
    u = 0.1
    while log(2) - u ..... 0.0001 :
        n=n+1
        u=.....
    return (u, n)
```

- (c) Donner la valeur de la variable n renvoyée par la fonction `seuil()`.